De l'évolution des croyances à l'évolution des obligations dans le Calcul des Situations

Robert Demolombe * [1]
Robert.Demolombe@cert.fr

* ONERA Toulouse
2 Avenue E. Belin BP 4025
31055 Toulouse, Cedex 4
France

Résumé :
Une solution au "frame problem" a été définie dans le cadre du Calcul des Situations. Dans cet article on montre comment cette solution peut être adaptée à l'évolution des obligations. Pour cela on assigne des degrés d'idéalité aux situations de la même manière que des degrés de plausibilité sont assignés aux situations dans le contexte de l'évolution des croyances. On montre que cependant il y a des différences essentielles entre évolution des croyances et évolution des obligations.

Mots-clés : Croyances, Obligations, Calcul des Situations

Abstract:
A solution to the frame problem has been defined in the Situation Calculus for belief change. In this paper it is shown how this solution can be adapted to obligation change. For this purpose ideality levels are assigned to situations in the same way as plausibility levels are assigned to situations in the context of belief change. However, it is shown that there are some fundamental differences between belief change and obligation change.

Keywords: Beliefs, Obligations, Siutation Calculus

1 Introduction

Les interactions entre agents sont contraintes par les réglementations qu'ils doivent respecter. C'est la raison pour laquelle les obligations jouent un rôle très important dans la définition des interactions.

Il y a de nombreux domaines d'application où les obligations peuvent évoluer quand des actions sont réalisées. Par exemple, dans le domaine du contrôle de la navigation aérienne un contrôleur peut donner à un pilote l'ordre de changer d'altitude, ou bien il peut lui donner la permission de décoller. Ou bien quand un avion pénètre dans une certaine zone ceci peut avoir comme conséquence qu'il a l'obligation de voler au-dessus d'une certaine altitude.

Dans cet article nous allons analyser et proposer une formalisation pour représenter l'évolution des obligations quand des actions sont réalisées. Il y a de nombreux travaux dans la littérature sur un problème similaire appelé "révision des obligations" [1] [6, 8, 5], mais ce n'est pas exactement le même problème. Cependant, dans notre cas, comme dans le cas de la révision des obligations, on a à résoudre le "frame problem". C'est-à-dire qu'on doit caractériser dans le formalisme utilisé l'ensemble des informations qui restent inchangées après qu'une obligation donnée ait été modifiée.

Notre approche ici est d'essayer d'adapter une solution qui a été proposée pour résoudre le frame problem quand on s'intéresse à l'évolution d'une représentation du monde ou à l'évolution d'une représentation des croyances sur le monde. Cette solution a été proposée par un groupe de chercheurs du Groupe de Robotique Cognitive de l'Université de Toronto [9, 4, 10, 7]. L'une de ses caractéristiques les plus importantes est qu'elle a été définie dans le cadre du Calcul des Situations.

Une des propriétés intéressantes du Calcul des Situations est que les actions sont représentées par des termes et qu'elles peuvent être quantifiées. Une autre propriété intéressante est que pour représenter l'opérateur modal de croyance, les situations (que l'on peut voir comme des mondes dans les structures de Kripke) et les relations d'accessibilité sont explicitement représentées dans l'axiomatique.

L'article est organisé en deux grandes parties. Dans les section 2 et 3 on présente des rappels sur le Calcul des Situations et sur la solution proposée pour résoudre le frame problem pour l'évolution des croyances. Dans la section 4 on montre que la formalisation de l'évolution des obligations ne peut pas être directement transposée de l'évolution des croyances, et une solution appropriée est proposée pour l'évolution des obligations.

*Ce travail a été réalisé avec le soutien de France Télécom R&D dans le cadre du contrat 021B295.

[1] En anglais on utilise le terme "defeasible obligations".

2 Rappels sur le Calcul des Situations

Nous allons prendre comme exemple l'évolution d'un avion dont l'altitude varie selon qu'il monte ou descend.

Chaque état du monde est représenté par une situation qui est dénotée par un terme dans un langage du premier ordre. Les propriétés du monde qui peuvent changer sont représentées par des prédicats qu'on appelle des "fluents". Les fluents ont exactement un argument (le dernier) qui est utilisé pour dénoter une situation. Par exemple, le fait que dans la situation s l'avion se trouve à l'altitude x est représenté par la formule atomique : $alt(x, s)$.

Les actions sont représentées par des termes. Dans cet exemple on a considéré deux actions dénotées par up, qui signifie monter d'un niveau, et l'action dénotée par $down$, qui signifie descendre d'un niveau.

Pour représenter la situation qui résulte de l'exécution de l'action up à partir de la situation s on utilise le symbole de fonction do. Ainsi, cette situation est dénotée par $do(up, s)$. La situation initiale est habituellement dénotée par S_0, et, par exemple, le terme $do(down, do(up, S_0))$ représente le fait que l'avion, à partir de la situation initiale est monté puis est descendu d'un niveau. L'ensemble des situations a une structure d'arbre comme pour le temps ramifié.

L'évolution du monde est définie par des "axiomes de changement d'état" [2]. Pour chaque fluent on doit donner dans la théorie Σ qui modélise une application un axiome de changement d'état. Ces axiomes peuvent être définis de la façon suivante. Pour une situation donnée s on doit définir les actions a et les conditions qui ont pour effet de rendre vrai un fluent dans la situation suivante qui est représentée par $do(a, s)$. Un axiome similaire doit être donné pour les actions et les conditions qui rendent le fluent faux. Dans notre exemple on a les axiomes :

(1) $\forall s \forall a \forall x((a = up \wedge alt(x-1, s) \vee a = down \wedge alt(x+1, s)) \rightarrow alt(x, do(a, s)))$

(2) $\forall s \forall a \forall x((a = up \vee a = down) \wedge alt(x, s) \rightarrow \neg alt(x, do(a, s)))$

Les axiomes (1) et (2) peuvent être réécrits sous la forme :

$(1')$ $\forall s \forall a \forall x(\Gamma^+_{alt}(x, a, s) \rightarrow alt(x, do(a, s)))$

$(2')$ $\forall s \forall a \forall x(\Gamma^-_{alt}(x, a, s) \rightarrow \neg alt(x, do(a, s)))$

Si maintenant on suppose que Γ^+_{alt} et Γ^-_{alt} représentent **toutes** les conditions qui rendent $alt(x, do(a, s))$ respectivement vrai et faux, et si la conjonction de Γ^+_{alt} et Γ^-_{alt} est inconsistante, alors les axiomes (1') et (2') sont équivalents à l'axiome de changement d'état (3) (voir [7]) :

(3) $\forall s \forall a \forall x(alt(x, do(a, s)) \leftrightarrow \Gamma^+_{alt}(x, a, s) \vee alt(x, s) \wedge \neg \Gamma^-_{alt}(x, a, s))$

La forme générale des axiomes de changement d'état est la suivante :

(S_p) $\forall s \forall a \forall \vec{x}(p(\vec{x}, do(a, s)) \leftrightarrow \Gamma^+_p(\vec{x}, a, s) \vee p(\vec{x}, s) \wedge \neg \Gamma^-_p(\vec{x}, a, s))$

On peut voir facilement que si Σ_0 est un ensemble de formules qui donne une description complète de la situation S_0 (c'est-à-dire que pour toute formule $\phi(S_0)$ qui ne fait référence qu'à la situation S_0 on a soit $\Sigma_0 \vdash \phi(S_0)$ soit $\Sigma_0 \vdash \neg\phi(S_0)$) alors l'union de Σ_0 et Σ définit une description complète de toute les situations. C'est ainsi que le frame problem est résolu dans le Calcul des Situations pour l'évolution du monde.

3 Evolution des croyances

Dans le Calcul des Situations les attitudes propositionnelles telles que la croyance et la connaissance ne sont pas formalisées en logique modale. Elles sont représentées dans la logique classique du premier ordre. L'idée est de représenter explicitement dans un langage du premier ordre les relations d'accessibilité. En particulier pour les croyances on introduit le prédicat désigné $K(s', s)$ [3]. Sa signification intuitive est que la situation s' est compatible avec ce que l'on croit dans la situation s (voir [9]).

$Bel(\phi, s)$ signifie que dans la situation s on croit ϕ. $Bel(\phi, s)$ ne représente pas un opérateur modal mais est une notation qui dénote une formule du premier ordre. On a :

$Bel(\phi, s) \stackrel{\text{def}}{=} \forall s'(K(s', s) \rightarrow \phi[s'])$

Ici ϕ est une formule dans laquelle les arguments de situation dans les formules atomiques

[2] En anglais "successor state axioms".

[3] Nous avons adopté la même syntaxe que dans [10]. Habituellement, comme dans [2], l'ordre des argument est inversé.

ont été supprimés. La notation $\phi[s']$ dénote la formule dans laquelle on a restauré l'argument de situation, et celui-ci est s'.

Pour formaliser l'évolution des croyances on doit caractériser le nouvel ensemble de situations accessibles et les nouvelles valeurs de vérité des fluents après la réalisation d'une action. Les nouvelles valeurs de vérité sont définies par les axiomes de changement d'état pour chaque situation. Les situations accessibles sont définies en fonction du type d'action réalisé. On considère deux types d'actions : les observations, qui permettent de connaître les valeurs de vérité de propositions données et ne changent pas l'état physique du monde, et les autres actions qui changent l'état physique du monde et changent l'état des croyances de façon "analogue". Le deuxième type d'action sera appelé par la suite action "physique".

3.1 Actions d'observation

Considérons, par exemple, l'action $obs.alt$ qui permet de connaître l'altitude d'un avion. D'un point de vue intuitif l'effet de cette action dans la situation s est d'éliminer toutes les situations accessibles s' telles que l'altitude en s' est différente de l'altitude en s. Le nouvel ensemble de situations accessibles est alors défini par l'axiome suivant :

$$\forall s \forall a(a = obs.alt \rightarrow (K(s'', do(a, s)) \leftrightarrow \exists s'(K(s', s) \wedge s'' = do(a, s') \wedge \exists x(alt(x, s) \leftrightarrow alt(x, s')))))$$

Plus généralement si α_i est une action d'observation qui permet de connaître la valeur de vérité de la formule ϕ_i [4], l'ensemble des situations accessibles après réalisation de α_i est défini par :

$$\forall s \forall a(a = \alpha_i \rightarrow (K(s'', do(a, s)) \leftrightarrow \exists s'(K(s', s) \wedge s'' = do(a, s') \wedge (\phi_i(s) \leftrightarrow \phi_i(s')))))$$

Cependant cette définition de l'évolution des croyances pose un gros problème en cas de révision des croyances. En effet, si, par exemple, on croit que l'avion n'est pas à l'altitude 300 (i.e. $Bel(\neg alt(300), s)$), et si dans la situation s l'avion est à l'altitude 300, alors dans toute situation accessible depuis s l'altitude est différente de 300, et donc l'ensemble des situations accessibles depuis $do(obs.alt, s)$ est vide. Cela veut dire que l'ensemble des croyances dans cette situation est inconsistant.

Pour remédier à ce problème Shapiro et al. dans [10] ont proposé de changer la définition des croyances. Leur idée est d'assigner un degré de plausibilité à chaque situation, et de définir l'ensemble des croyances comme l'ensemble des formules qui sont satisfaites dans toutes les situations accessibles les plus plausibles.

Plus formellement, on introduit un symbole de fonction désigné pl qui assigne à chaque situation un degré de plausiblité qui est un entier. Pour des raisons techniques le niveau le plus bas est assigné aux situations les plus plausibles. On suppose également que tous les successeurs d'une situation donnée ont le même degré de plausiblité. On a donc :

$$\forall s \forall a(pl(do(a, s)) = pl(s))$$

On appelle K_{max} la relation d'accessibilité qui permet d'accéder aux situations les plus plausibles. En termes formels on a :

$$K_{max}(s', s) \stackrel{\text{def}}{=} K(s', s) \wedge \forall s''(K(s'', s) \rightarrow pl(s') \leq pl(s''))$$

La nouvelle définition des croyances dans une situation s est alors :

$$Bel(\phi, s) \stackrel{\text{def}}{=} \forall s'(K_{max}(s', s) \rightarrow \phi[s'])$$

Selon cette définition des croyances il est possible de définir l'ensemble des situations accessibles et la distribution des plausibilités de telle manière qu'après une révision l'ensemble des situations accessibles par K_{max} ne soit jamais vide (voir figure 1).

3.2 Actions physiques

Dans le cas d'actions physiques aucune situation accessible n'est éliminée. Par exemple, si l'action réalisée est up l'ensemble des situations accessibles depuis $do(up, s)$ est l'ensemble des successeurs des situations accessibles depuis s. On a alors :

$$\forall s \forall a(a = up \rightarrow (K(s'', do(a, s)) \leftrightarrow \exists s'(K(s', s) \wedge s'' = do(a, s'))))$$

L'axiome de changement d'état pour le fluent alt prend la forme suivante pour l'action up :

[4] Si la formule ϕ_i avait une variable libre x, comme dans l'exemple précédent, il suffirait de remplacer la condition $\phi_i(s) \leftrightarrow \phi_i(s')$ par $\exists x(\phi_i(x, s) \leftrightarrow \phi_i(x, s'))$.

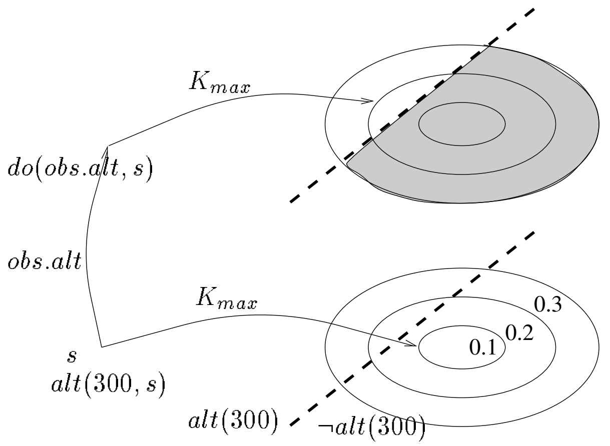

Figure 1: Evolution des croyances avec des degrés de plausibilité après une action d'observation.

$$\forall s \forall x (alt(x, do(up, s)) \leftrightarrow alt(x-1, s))$$

Donc, si on a $Bel(alt(300) \vee alt(301), s)$ après réalisation de l'action up on a $Bel(alt(301) \vee alt(302), do(up, s))$. Cet exemple montre dans quel sens les croyances évoluent de façon analogue au monde physique.

3.3 Synthèse

Dans le cas général, quel que soit le type d'actions, l'évolution des croyances est défini de la manière suivante.

La valeur de vérité des fluents est définie par les axiomes de changement d'état. Si ces axiomes sont définis correctement, les actions d'observation n'ont pas d'effet sur la valeur de vérité des fluents.

L'ensemble des situations accessibles après la réalisation d'une action est défini par l'axiome (S_K), où $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ est l'ensemble de **toutes** les actions d'observation, et $\phi_1, \dots, \phi_n$ est l'ensemble des formules correspondantes dont les valeurs de vérité peuvent être connues grâce aux actions d'observation.

$$\begin{array}{l} (S_K) \quad \forall s \forall s'' \forall a (K(s'', do(a, s)) \leftrightarrow \\ \exists s'(K_i(s', s) \wedge s'' = do(a, s') \wedge (\\ \quad (\neg(a = \alpha_1) \wedge \dots \wedge \neg(a = \alpha_n)) \\ \quad \vee\ a = \alpha_1 \wedge (\phi_1(s) \leftrightarrow \phi_1(s')) \\ \quad \dots \\ \quad \vee\ a = \alpha_n \wedge (\phi_n(s) \leftrightarrow \phi_n(s')))) \end{array}$$

Cet axiome dit que s'' est accessible depuis $do(a, s)$ ssi elle est le successeur d'une situation accessible depuis s (condition $\exists s'(K_i(s', s) \wedge s'' = do(a, s')))$ et l'une des conditions suivantes est satisfaite. Soit l'action a n'est pas une action d'observation (condition $\neg(a = \alpha_1) \wedge \dots \wedge \neg(a = \alpha_n)$), soit c'est une action d'observation α_i et la valeur de vérité de ϕ_i est la même en s et en s' (condition $a = \alpha_i \wedge (\phi_i(s) \leftrightarrow \phi_i(s')))$.

4 Evolution des obligations

Dans cette section on analyse comment la formalisation de l'évolution des croyances que l'on vient de voir peut être adaptée à l'évolution des obligations.

On se limite à une formalisation qui permet de savoir ce qui est permis et interdit après avoir réalisé une certaine séquence d'actions dans le but de savoir quelles sont les obligations qui sont violées. On ne considère pas le problème de la formalisation des obligations secondaires [5] (voir [1]). Dans cette perspective on peut admettre que ce n'est pas une simplification abusive que d'adopter la Logique Déontique Standard (SDL) qui est une logique du type (KD) comme la logique des croyances qui a été présentée plus haut. Notre objectif est uniquement d'étendre (SDL) en rajoutant les aspects dynamiques.

La dynamique des obligations peut concerner soit l'évolution des obligations soit les obligations qui portent sur l'évolution du monde (comme l'obligation de réaliser une action). Ici on se limite à l'évolution des obligations.

Nous avons considéré trois types d'actions :

1. les actions qui ne changent pas les obligations,
2. les actions physiques qui ont pour effet de changer les obligations, et
3. les actions qui ne sont pas des actions physiques et qui ont pour effet de changer les obligations.

Un exemple d'action du type 2 est, dans le cas d'un avion, l'action de sortir les volets, ce qui a comme effet qu'il est obligatoire que l'avion vole à une vitesse inférieure à une certaine valeur limite (ceci pour éviter l'arrachage des volets). Un exemple d'action du type 3 est

[5] En anglais "contrary-to duties".

un ordre donné par un contrôleur de voler, par exemple, à l'altitude 320, ce qui a pour effet qu'il est obligatoire de voler à l'altitude 320.

Dans ce contexte la première idée qui vient à l'esprit pour formaliser l'évolution des obligations est de voir les actions de type 2 et 3 respectivement comme les actions physiques et les actions d'observation dans la section précédente. La seule différence serait de remplacer les situations qui sont compatibles avec les croyances par les situations qui sont idéales par rapport aux normes.

On introduit donc une relation d'accessibilité $O(s', s)$ dont la signification est que ce qui est vrai dans la situation s' est idéal pour la situation s. Pour éviter un problème similaire à celui qui a été rencontré pour la révision des croyances on introduit un symbole de fonction désigné id qui assigne à chaque situation idéale un degré d'idéalité (comme pour les degrés de plausibilité).

La transposition directe de la formalisation de l'évolution des croyances donne les définitions et propriétés suivantes.

$$\forall s \forall a (id(do(a, s)) = id(s))$$

$$O_{max}(s', s) \stackrel{\text{def}}{=} O(s', s) \land \forall s''(O(s'', s) \rightarrow id(s') \leq id(s''))$$

$$Obg(\phi, s) \stackrel{\text{def}}{=} \forall s'(O_{max}(s', s) \rightarrow \phi[s'])$$

où $Obg(\phi, s)$ signifie que dans la situation s ϕ est obligatoire.

La permission et l'interdiction sont définies à partir de l'obligation comme d'habitude. On a:

$$Perm(\phi, s) \stackrel{\text{def}}{=} \neg Obg(\neg\phi, s)$$

$$Forb(\phi, s) \stackrel{\text{def}}{=} Obg(\neg\phi, s)$$

Cependant cette formalisation de l'évolution des obligations n'est pas correcte pour la raison suivante. Supposons, par exemple, que l'avion soit à l'altitude 300 dans la situation s (i.e. $alt(300, s)$) et qu'il soit obligatoire pour l'avion d'être à l'altitude 320 (i.e. $Obg(alt(320), s)$). Si l'action up, qui est du type 1, est réalisée, et qu'on applique la même méthode pour déterminer l'évolution des obligations que pour l'évolution des croyances, dans toutes les situations idéales accessibles depuis $do(up, s)$ par la relation O, en appliquant l'axiome de changement d'état, l'altitude a augmenté de 1. Le résultat est qu'il est obligatoire pour l'avion d'être à l'altitude 321 (i.e. $Obg(alt(321), do(up, s))$). Naturellement on ne devrait pas obtenir ce résultat parce que l'action up ne change pas l'obligation au sujet de l'altitude.

La raison profonde de ce problème est que les situations idéales n'évoluent pas de façon analogue à l'évolution des situations réelles comme c'est le cas pour les croyances. Pour éviter ce problème nous avons formalisé l'évolution des obligations de telle sorte que seules les actions du type 2 et 3 changent les situations idéales. Et quand une action de l'un de ces types est réalisée on ne change que **l'ensemble des situations idéales**, on ne considère pas les successeurs des situations idéales comme on le fait dans le cas de l'évolution des croyances.

Si après la réalisation d'une action une nouvelle obligation entre en vigueur, l'ensemble des situations accessibles les plus idéales doit être modifié de façon correspondante, et ceci nécessite de modifier l'ensemble des situations idéales accessibles par la relation O. Comme dans le cas de l'évolution des croyances on modifie cet ensemble uniquement en supprimant des situations accessibles, en aucun cas en en rajoutant.

Il faut aussi minimiser le changement des obligations, il faut donc minimiser l'ensemble des situations accessibles qui sont éliminées.

Une autre différence importante entre évolution des croyances et évolution des obligations est que l'on doit distinguer les actions qui créent de nouvelles permissions et celles qui créent de nouvelles obligations. En effet, dans le cas des permissions il suffit qu'il y ait une situation accessible parmi les plus idéales dans laquelle la propriété permise est satisfaite tandis que pour les obligations cette propriété doit être satisfaite dans toutes les situations les plus idéales. Les créations d'obligations nouvelles sont l'analogue des actions d'observation, mais il n'y a pas pour les croyances d'opération similaire à la création de permissions (ce seraient des actions qui auraient des effets de la forme $\neg Bel(\neg\phi, s)$).

Si on dénote par $perm.p$ (respectivement par $obg.p$) l'action qui a pour effet que p [6] est permis (respectivement que p est obligatoire), on peut

[6] Ici p peut être n'importe quelle formule, mais l'ensemble fini d'actions $perm.p$ et $obg.p$ doit être spécifié dans la théorie.

vérifier facilement que ces deux actions sont suffisantes pour couvrir tous les cas de changement. En effet, $\neg Perm(p, do(a, s))$ est causé par $a = obg.\neg p$, et $\neg Obg(p, do(a, s))$ est causé par $a = perm.\neg p$.

4.1 Actions non physiques qui créent des permissions

Pour définir le résultat d'une action de la forme $perm.p$ dans une situation s on doit distinguer deux cas.

Si en s p est permis (i.e. $Perm(p, s)$), on n'a pas à modifier l'ensemble des situations accessibles. Les ensembles de situations accessibles depuis s et depuis $do(perm.p, s)$ sont **identiques**. On peut noter que si en s p est obligatoire, il est aussi permis puisqu'on a $Obg(p, s) \rightarrow Perm(p, s)$.

Donc le seul cas où on doit modifier l'ensemble des situations accessibles est quand en s p n'est pas permis, c'est-à-dire, il est obligatoire que $\neg p$ (i.e. $Obg(\neg p, s)$) (voir figure 2).

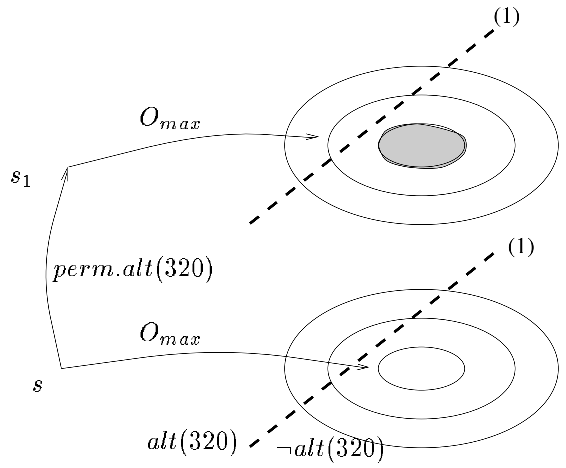

Figure 2: Evolution des obligations après perm.alt(320). Cas où alt(320) n'était pas permis.

Supposons, par exemple, que la proposition p signifie que l'avion est à l'altitude 320, et l'action de donner la permission de voler à l'altitude 320 est dénotée par $perm.alt(320)$.

Si on a $Obg(\neg alt(320), s)$, on doit éliminer toutes les situations accessibles qui sont la cause du fait qu'on a $Obg(\neg alt(320), s)$, et uniquement celles-ci. On doit donc éliminer toutes les situations accessibles s' telles que l'altitude en s' n'est pas 320 (i.e. $\neg alt(320, s)$) et s' appartient à l'ensemble des situations accessibles les plus idéales telles que l'altitude n'est pas 320 (i.e. $\forall s''(O(s'', s) \wedge id(s'') \leq id(s') \rightarrow \neg alt(320, s''))$). L'ensemble des situations accessibles qui doivent être éliminées est alors défini par la formule $\phi(s')$ ci-dessous.

$$\phi(s') \stackrel{\text{def}}{=} \neg alt(320, s') \wedge \forall s''(O(s'', s) \wedge id(s'') \leq id(s') \rightarrow \neg alt(320, s''))$$

Le sous-ensemble des situations qui restent accessibles après l'action $perm.alt(320)$ est donc défini par $\neg\phi(s')$, et on a :

$$\neg\phi(s') \leftrightarrow alt(320, s') \vee \exists s''(O(s'', s) \wedge id(s'') \leq id(s') \wedge alt(320, s''))$$

Finalement on a :

$$O(s', do(perm.alt(320), s)) \leftrightarrow O(s', s) \wedge (alt(320, s') \vee \exists s''(O(s'', s) \wedge id(s'') \leq id(s') \wedge alt(320, s'')))$$

Dans le cas général on a :

$$(4)\ \forall s \forall a(a = perm.p \rightarrow (O(s', do(a, s)) \leftrightarrow O(s', s) \wedge (p(s') \vee \exists s''(O(s'', s) \wedge id(s'') \leq id(s') \wedge p(s'')))))$$

4.2 Actions non physiques qui créent des obligations

Ici aussi on doit distinguer plusieurs cas.

Si en s p est obligatoire (i.e. $Obg(p, s)$) on n'a pas besoin de changer l'ensemble des situations accessibles.

Si en s p n'est pas obligatoire (i.e $\neg Obg(p, s)$) on doit changer l'ensemble des situations accessibles.

Considérons, par exemple, l'action qui oblige l'avion à voler à l'altitude 320, qui est dénotée par $obg.alt(320)$. Si on a $\neg Obg(alt(320), s)$ on doit éliminer toutes les situations accessibles qui sont la cause du fait qu'on a $\neg Obg(alt(320), s)$, qui est logiquement équivalent à $Perm(\neg alt(320), s)$, et uniquement celles-là.

On doit alors éliminer toutes les situations accessibles s' telles que l'altitude en s' n'est pas 320 (i.e. $\neg alt(320, s')$), et telles qu'il n'y a pas de situation accessible plus idéale où l'altitude est 320 (i.e. $\neg\exists s''(O(s'', s) \wedge id(s'') < id(s') \wedge$

$alt(320, s'')$ (voir figure 3). L'ensemble des situations accessibles qui doivent être éliminées est donc défini par la formule $\psi(s')$ ci-dessous.

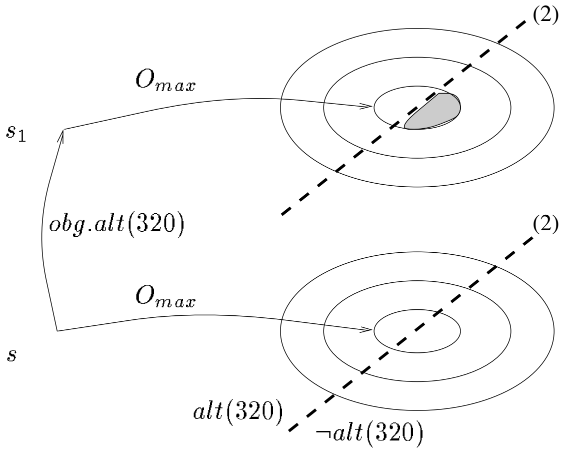

Figure 3: Evolution des obligations après obg.alt(320). Cas où alt(320) n'était pas obligatoire.

$\psi(s') \stackrel{\text{def}}{=} \neg alt(320, s') \wedge \neg\exists s''(O(s'', s) \wedge id(s'') < id(s') \wedge alt(320, s''))$

Le sous-ensemble des situations qui restent accessibles après l'action $obg.alt(320)$ et donc défini par $\neg\psi(s')$, et on a :

$\neg\psi(s') \leftrightarrow alt(320, s') \vee \exists s''(O(s'', s) \wedge id(s'') < id(s') \wedge alt(320, s''))$

Finalement on a :

$O(s', do(obg.alt(320), s)) \leftrightarrow O(s', s) \wedge (alt(320, s') \vee \exists s''(O(s'', s) \wedge id(s'') < id(s') \wedge alt(320, s'')))$

Dans le cas général on a :

(5) $\forall s \forall a(a = obg.p \rightarrow (O(s', do(a, s)) \leftrightarrow O(s', s) \wedge (p(s') \vee \exists s''(O(s'', s) \wedge id(s'') < id(s') \wedge p(s'')))))$

4.3 Actions physiques qui créent des permissions ou des obligations

On peut voir facilement que les actions physiques qui créent des permissions ou des obligations peuvent être traitées de la même manière que les actions non physiques. En effet elles ont les mêmes effets normatifs.

Considérons, par exemple, l'action de rentrer les volets (dénotée par rf) qui cause la permission de voler à une vitesse supérieure à la vitesse $speed_0$. L'ensemble des situations accessibles après la réalisation de cette action est défini de la même manière que pour l'action $perm.alt(320)$. Si la vitesse de l'avion dans la situation s est dénotée par $speed(s)$, on a :

$O(s', do(rf, s)) \leftrightarrow O(s', s) \wedge (speed(s') > speed_0 \vee \exists s''(O(s'', s) \wedge id(s'') \leq id(s') \wedge speed(s'') > speed_0))$

En général si α est une action qui entraîne que p est permis on a :

(6) $\forall s \forall a(a = \alpha \rightarrow (O(s', do(a, s)) \leftrightarrow O(s', s) \wedge (p(s') \vee \exists s''(O(s'', s) \wedge id(s'') \leq id(s') \wedge p(s'')))))$

Considérons maintenant l'action de sortir les volets (dénotée par ef) qui crée l'obligation de voler à une vitesse inférieure à $speed_0$. L'ensemble des situations accessibles après la réalisation de cette action est défini comme pour $obg.alt(320)$, et on a :

$O(s', do(ef, s)) \leftrightarrow O(s', s) \wedge (speed(s') \leq speed_0 \vee \exists s''(O(s'', s) \wedge id(s'') < id(s') \wedge speed(s'') \leq speed_0))$

En général, si β est une action qui entraîne que p est obligatoire, on a :

(7) $\forall s \forall a(a = \beta \rightarrow (O(s', do(a, s)) \leftrightarrow O(s', s) \wedge (p(s') \vee \exists s''(O(s'', s) \wedge id(s'') < id(s') \wedge p(s'')))))$

4.4 Synthèse

La définition de l'évolution des obligations après la réalisation d'une action (physique ou non physique) qui a des effets normatifs est donnée par l'axiome unique (S_O). Cet axiome défini le nouvel ensemble de situations accessibles après la réalisation de n'importe quel type d'action.

On appelle $\alpha_{i,1}, \ldots, \alpha_{i,m_i}$ (respectivement $\beta_{i,1}, \ldots, \beta_{i,p_i}$) l'ensemble de **toutes** les actions qui entraînent que p_i est permis (respectivement obligatoire). On adopte la notation suivante :

$normative(a) \stackrel{\text{def}}{=} a = \alpha_{1,1} \vee \ldots \vee a = \alpha_{n,m} \vee a = \beta_{1,1} \vee \ldots \vee a = \beta_{n,p} \vee a = perm.p_1 \vee \ldots \vee a = perm.p_n \vee a = obg.p_1 \vee \ldots \vee a = obg.p_n$

Intuitivement $normative(a)$ caractérise **toutes** les actions qui ont des effets normatifs.

L'axiome (S_O) dit que la situation s' est accessible depuis la situation $do(a,s)$ ssi elle était accessible depuis s et l'une des conditions suivantes est satisfaite. Soit a n'est pas une action qui a des effets normatifs, soit elle a des effets normatifs et elle entraîne que p_i est permis (respectivement obligatoire) et la condition $p(s') \vee \exists s''(O(s'',s) \wedge id(s'') \leq id(s') \wedge p(s''))$ (respectivement $p(s') \vee \exists s''(O(s'',s) \wedge id(s'') < id(s') \wedge p(s'')))$ est satisfaite.

(S_O) $\forall s \forall s' \forall a(O(s', do(a,s)) \leftrightarrow O(s',s) \wedge$
$(\neg normative(a) \vee$
$(a = \alpha_{1,1} \vee \ldots \vee a = \alpha_{1,m_1} \vee a = perm.p_1) \wedge$
$(p_1(s') \vee \exists s'_1(O(s'_1,s) \wedge (id(s'_1) \leq id(s')) \wedge$
$p_1(s'_1)))\vee$
$(a = \beta_{1,1} \vee \ldots \vee a = \beta_{1,p_1} \vee a = obg.p_1) \wedge$
$(p_1(s') \vee \exists s'_1(O(s'_1,s) \wedge (id(s'_1) < id(s')) \wedge$
$p_1(s'_1))))\vee$
$\ldots$
$(a = \alpha_{n,1} \vee \ldots \vee a = \alpha_{n,m} \vee a = perm.p_n) \wedge$
$(p_n(s') \vee \exists s'_1(O(s'_1,s) \wedge (id(s'_1) \leq id(s')) \wedge$
$p_n(s'_1)))\vee$
$(a = \beta_{n,1} \vee \ldots \vee a = \beta_{n,p} \vee a = obg.p_n) \wedge$
$(p_n(s') \vee \exists s'_1(O(s'_1,s) \wedge (id(s'_1) < id(s')) \wedge$
$p_n(s'_1))))))$

5 Conclusion

On a proposé une formalisation de l'évolution des obligations dans le cadre du Calcul des Situations avec le schéma d'axiome (S_O). Après la réalisation d'une action qui a des effets normatifs le nouvel ensemble d'obligations est déterminé par les formules qui sont vraies dans toutes les situations les plus idéales. Le nouvel ensemble de situations idéales est un sous-ensemble de l'ensemble précédent et il a été déterminé de façon à minimiser le changement des obligations.

On a aussi montré que l'évolution des croyances ne peut pas être adaptée trivialement aux obligations.

Il est aussi intéressant de noter que nous avons obtenu finalement dans le Calcul des Situations une formalisation à la fois de l'évolution des croyances et de l'évolution des obligations. Comme il n'y a pas de restriction sur les formules dans le champs des "opérateurs" de croyances et d'obligation, on peut représenter des opérateurs imbriqués comme des croyances sur des obligations ou des obligations sur des croyances. Ceci permet d'envisager de nombreuses applications pratiques.

Les résultats présentés pourraient être prolongés dans le futur par l'analyse, dans le même cadre, des obligations portant sur l'évolution du monde.

Une autre approche pour formaliser l'évolution des obligations, qui reste à étudier, serait de restreindre les obligations à des obligations qui portent sur des littéraux, et de définir des axiomes de changement d'état relatifs aux obligations du même type que ceux qui ont été définis pour le changement d'état des croyances dans [3]. On peut voir ces axiomes comme une généralisation des axiomes successeurs qui s'appliquent à des littéraux modaux au lieu de s'appliquer à des fluents.

References

[1] J. Carmo and A.J.I. Jones. Deontic Logic and Contrary-to Duties. In D. Gabbay, editor, *Handbook of Philosphical Logic (Rev. Edition)*. Reidel, to appear.

[2] B. Chellas. On bringing it about. *Journal of Philosophical Logic*, 24, 1995.

[3] R. Demolombe and M. P. Pozos Parra. A simple and tractable extension of situation calculus to epistemic logic. In Z. W. Ras and S. Ohsuga, editors, *Proc. of 12th Internatioonal Symposium ISMIS 2000*. Springer. LNAI 1932, 2000.

[4] G. Lakemeyer and H. Levesque. AOL: a logic of acting, sensing, knowing and only knowing. In *Proc. of the 6th Int. Conf. on Principles of Knowledge Representation and Reasoning*, pages 316–327, 1998.

[5] D. Nute. Norms, priorities and defeasibility. In P. McNamara and H. Prakken, editors, *Norms, Logics and Information Systems*, pages 201–218. IOS Press, 1999.

[6] H. Prakken. Two approaches of defeasible reasoning. In A.J.I. Jones and M. Sergot, editors, *2d International Workshop on Deontic Logic in Computer Science*, pages 281–295. Tano A.S., 1994.

[7] R. Reiter. *Knowledge in Action: Logical Foundations for Specifying and Implementing Dynamical Systems.* MIT Press, 2001.

[8] L. Royakkers and F. Dignum. Defeasible reasoning with legal rules. In M. A. Brown and J. Carmo, editors, *Deontic*

Logic, Agency and Normative Systems, pages 174–193. Springer, 1996.

[9] R. Scherl and H. Levesque. The Frame Problem and Knowledge Producing Actions. In *Proc. of the National Conference of Artificial Intelligence*. AAAI Press, 1993.

[10] S. Shapiro, M. Pagnuco, Y. Lespérance, and H. Levesque. Iterated belief change in the situation calculus. In *Proc. of the 7th Conference on Principles on Knowledge Representation and Reasoning (KR2000)*. Morgan Kaufman Publishers, 2000.