

# **Comparaison entre un modèle individu-centré de diffusion de l'innovation et sa version agrégée dérivée par champ moyen pour des simulations à court terme**

Margaret Edwards, Sylvie Huet, François Goreaud, Guillaume Deffuant  
Margaret.Edwards@CLERMONT.cemagref.fr  
Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes Complexes  
Cemagref  
24, av. des Landais  
63 000 Aubière

# Plan

I. Introduction

II. Modèles

III. Résultats

IV. Explication théorique des résultats

V. Conclusion

# Plan

I. Introduction

II. Modèles

III. Résultats

IV. Explication théorique des résultats

V. Conclusion

- Comparaison entre un modèle individu-centré et un modèle agrégé

- Modèle de diffusion des comportements (Valente, Young) :
  - Deux comportements possibles : A ou B
  - Nous observons l'évolution de  $n_A$ ,  $n_B$   
( $n_A + n_B = N$ )

# Applications possibles

- Consommation en eau
  - A : économe
  - B : indifférent
- Creusement de puits
  - A : puits
  - B : pas de puits
- Mobilité
  - A : rester
  - B : partir

- Comparaison entre
  - Un modèle individu-centré de diffusion de l'innovation
  - Un modèle agrégé dérivé de celui-ci

# Plan

I. Introduction

II. Modèles

III. Résultats

IV. Explication théorique des résultats

V. Conclusion



A. Modèle individu-centré

B. Modèle agrégé

A. Modèle individu-centré

B. Modèle agrégé

# Eléments généraux

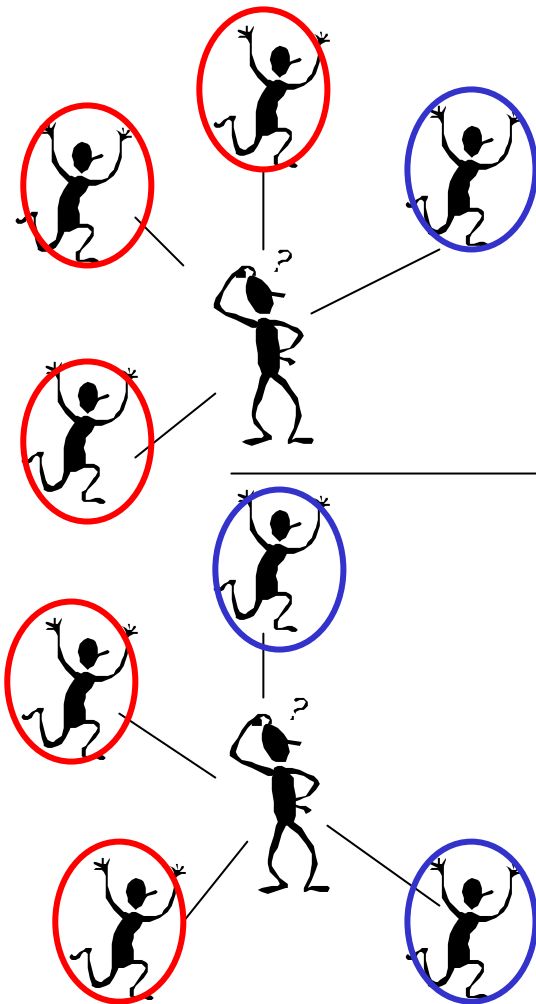
- Valente, Young
- Modèle individu-centré :
  - Choix entre un comportement A ou B
  - Evolution des comportements au sein de la population

# Calcul des utilités et évolution

- Utilité d'adopter A :  $U_A = a \cdot n_v^A$

## Exemple de calculs d'utilité

$$a=3, b=2$$



$$U_A = a * n_v^A = 3 * 1 = 3$$

$$U_B = b * n_v^B = 2 * 3 = 6$$

$$U_A < U_B$$

$$U_A = a * n_v^A = 3 * 2 = 6$$

$$U_B = b * n_v^B = 2 * 2 = 4$$

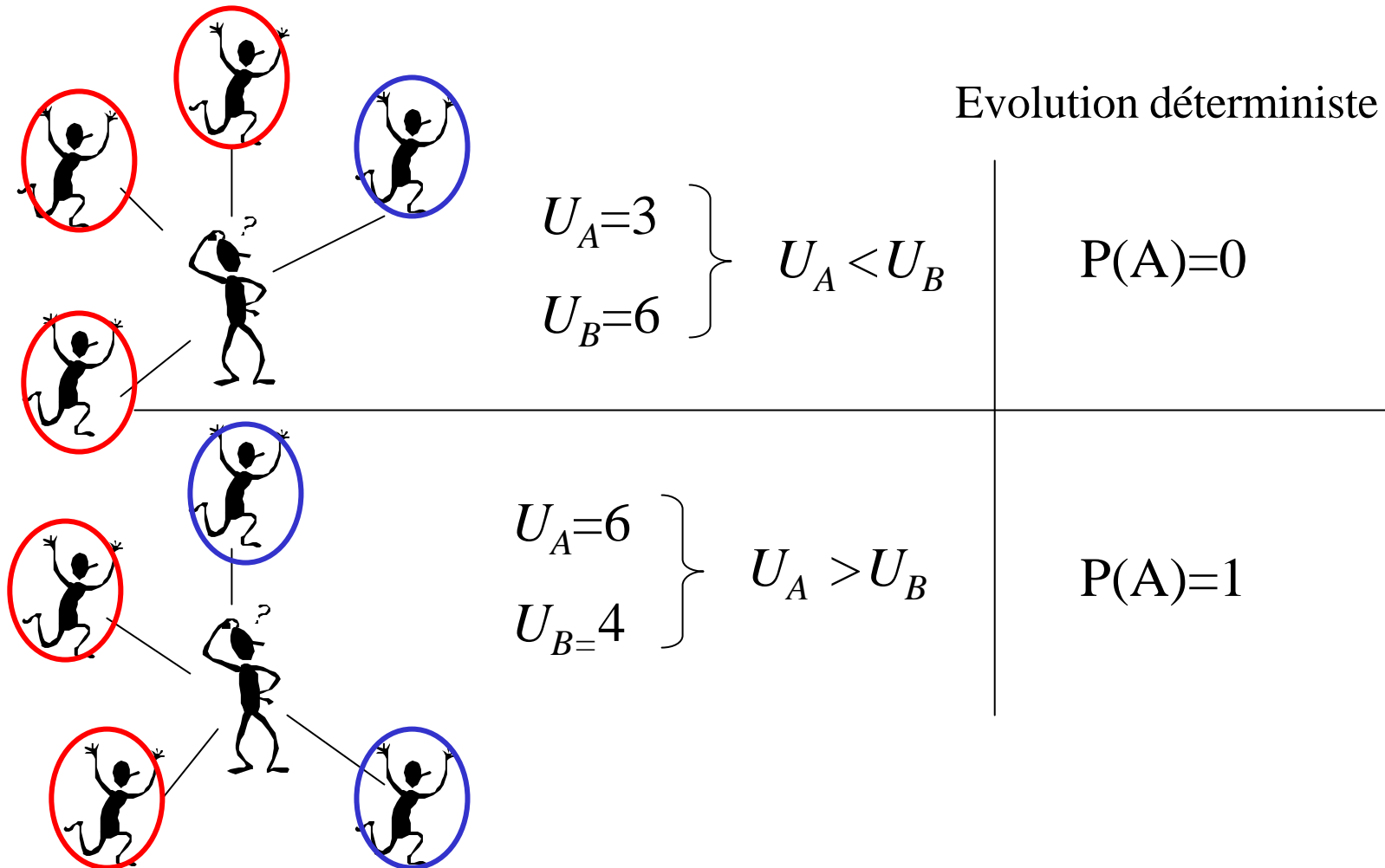
$$U_A > U_B$$

# Calcul des utilités et évolution

- Utilité de choisir A :  $U_A = a \cdot n_v^A$
- Evolution déterministe :

choisir A si  $U_A > U_B$

## Probabilité de choisir A, évolution déterministe exemple pour $a=3$ , $b=2$



# Calcul des utilités et évolution

- Utilité de choisir A :  $U_A = a \cdot n_v^A$
- Evolution déterministe :

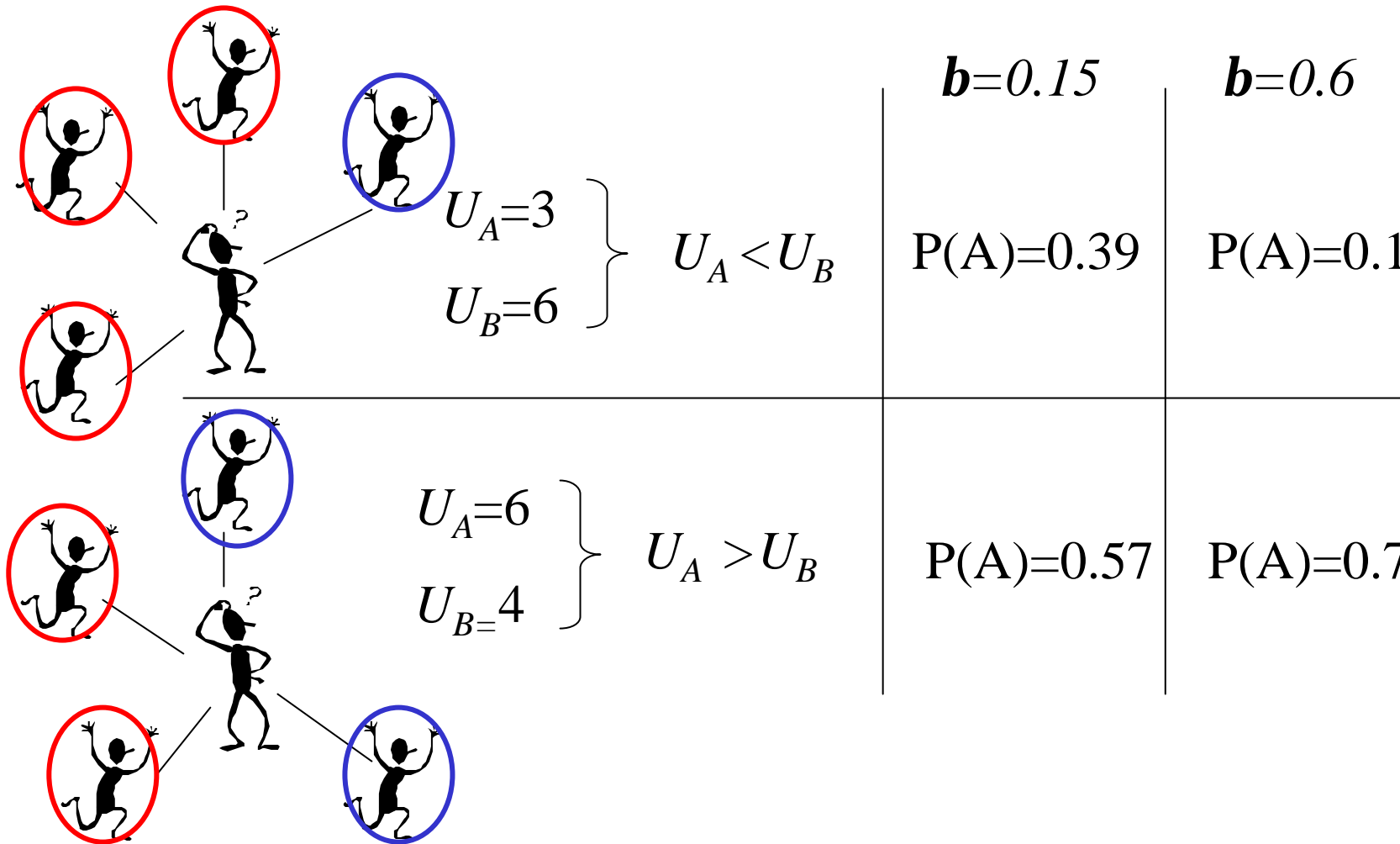
choisir A si  $U_A > U_B$

- Evolution probabiliste :

$$P(X \rightarrow A) = \frac{e^{\mathbf{b} \cdot U_i(X \rightarrow A)}}{e^{\mathbf{b} \cdot U_i(X \rightarrow A)} + e^{\mathbf{b} \cdot U_i(X \rightarrow B)}}$$



*Probabilité de choisir A, évolution probabiliste  
exemple pour  $a=3$ ,  $b=2$ ,  $b=0.15$  et  $b=0.6$*



## *Probabilités de choisir A, évolution probabiliste*

*exemple pour  $a=3$ ,  $b=2$ ,  $\mathbf{b}=0.15$  et  $\mathbf{b}=0.6$*

*5 voisins*

$P(A)$	$n_v^A=0$	$n_v^A=1$	$n_v^A=2$	$n_v^A=3$	$n_v^A=4$
$\mathbf{b}=0.15$	0.23	0.39	0.57	0.74	0.86
$\mathbf{b}=0.6$	0.008	0.14	0.77	0.985	0.999

A. Modèle individu-centré

B. Modèle agrégé (Sociodynamics)

# Equations d'évolution

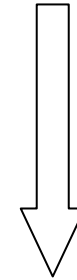
$$n_A^{t+1} = n_A^t + n_{B \rightarrow A} - n_{A \rightarrow B}$$

$$n_A^{t+1} \cong (n_A^t \cdot (1 - P^t(A \rightarrow B)) + n_B^t \cdot P^t(B \rightarrow A))dt$$

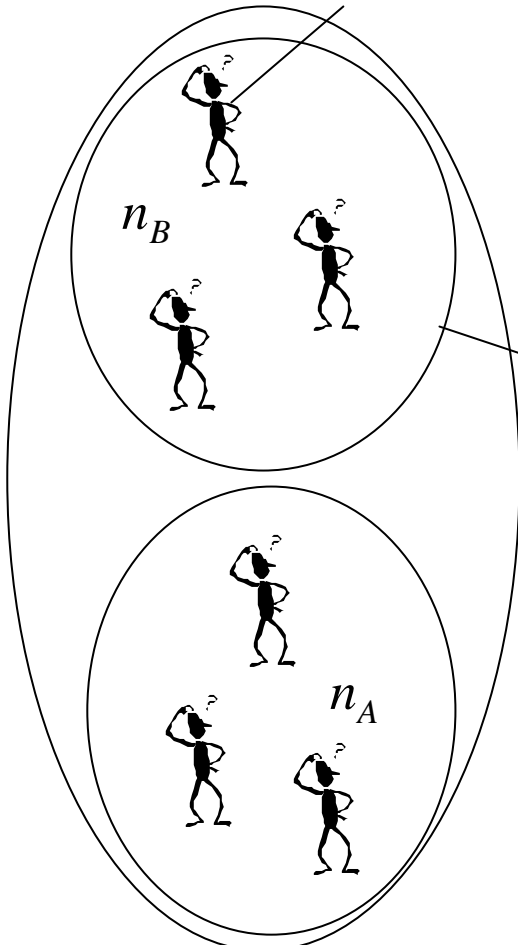
## Agrégation (1)

$$P_B(k \text{ voisins de comportement A}) = C_v^k \frac{n_A^k \cdot (1 - n_A)^{v-k}}{N^v}$$

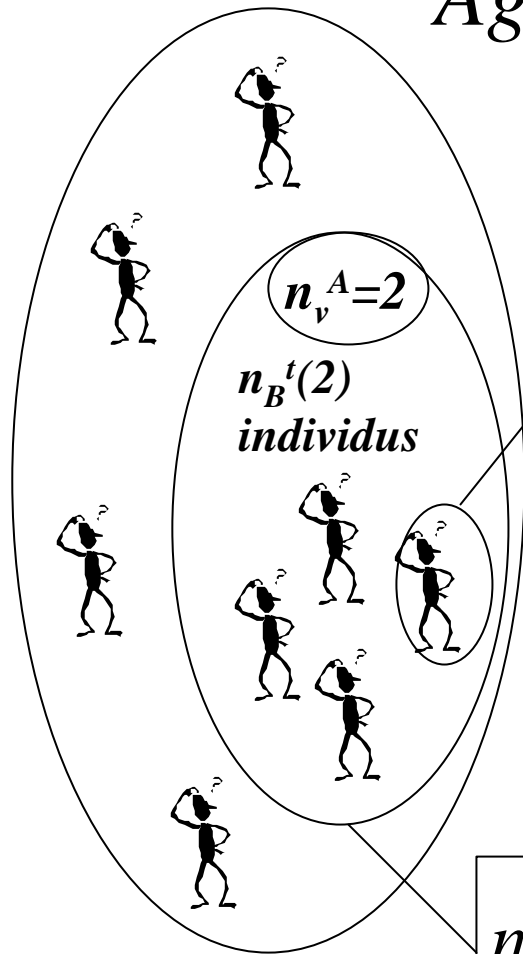
*Hypothèses d'agrégation*



$$n_B(k) = n_B C_v^k \frac{n_A^k \cdot (1 - n_A)^{v-k}}{N^v}$$



## Agrégation (2)



Modèle  
individu-centré

$$P(A/n_v^A=2)=0.57$$

*Hypothèses d'agrégation*

Modèle agrégé

$$n_{B\otimes A}(2) \sim n_B(2) * P(A/n_v^A=2) = n_B(2) * 0.57$$

## Dérivation à partir de l'individu-centré

Notations :

$v$  : nombre de voisins

$V_i$  : voisinage où  $i$  voisins suivent le comportement  $A$

$i$  : indice indiquant le nombre de voisins suivant le comportement  $A$

$$P(A \rightarrow B)_{V_i, e_k} = \frac{e^{\mathbf{b} \cdot U_i(A \rightarrow B)}}{e^{\mathbf{b} \cdot U_i(A \rightarrow A)} + e^{\mathbf{b} \cdot U_i(A \rightarrow B)}}$$

$$n^e(A \rightarrow B) = n_A^e \sum_i P(A \rightarrow B, V_i) = n_A^e P(e_j) \sum_i C_v^i \left( \frac{n_A}{n_A + n_B} \right)^i \left( \frac{n_B}{n_A + n_B} \right)^{v-i} \frac{e^{\mathbf{b} \cdot U_i(A \rightarrow B)}}{e^{\mathbf{b} \cdot U_i(A \rightarrow A)} + e^{\mathbf{b} \cdot U_i(A \rightarrow B)}}$$

# Dérivée

$$\frac{dn_A}{dt} = \sum_{k=0}^{\nu} n_{B \rightarrow A}(k) - n_{A \rightarrow B}(k)$$

si  $\frac{dn_A}{dt} > 0 \Rightarrow n_A$  croît

si  $\frac{dn_A}{dt} < 0 \Rightarrow n_A$  décroît



### Comparaison entre ces modèles

- Evolution de  $n_A$  ( $n_B = N - n_A$ )
- L'agrégé est censé approximer la moyenne de l'individu-centré
- Nous observons :
  - Le résultat du modèle agrégé déterministe
  - Pour le modèle stochastique individu-centré :
    - La moyenne
    - L'intervalle de confiance (5% erreur)

# Plan

I. Introduction

II. Modèles

III. Résultats

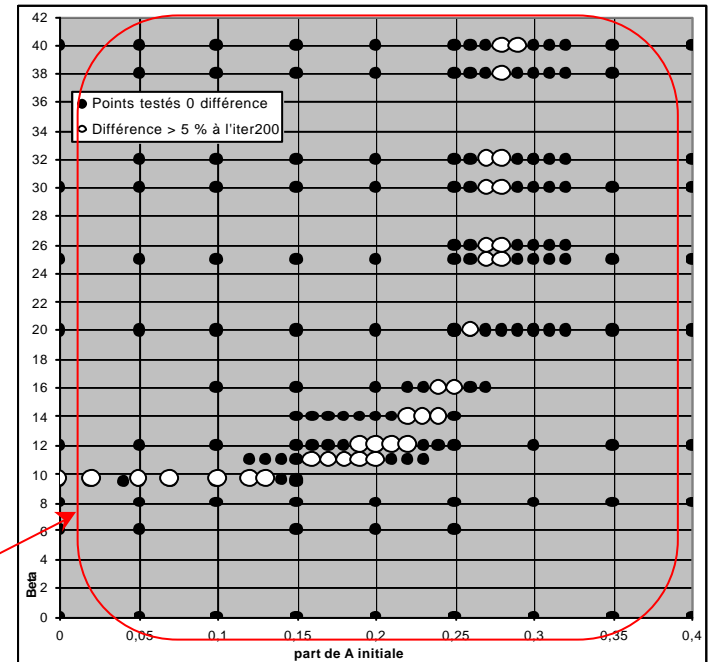
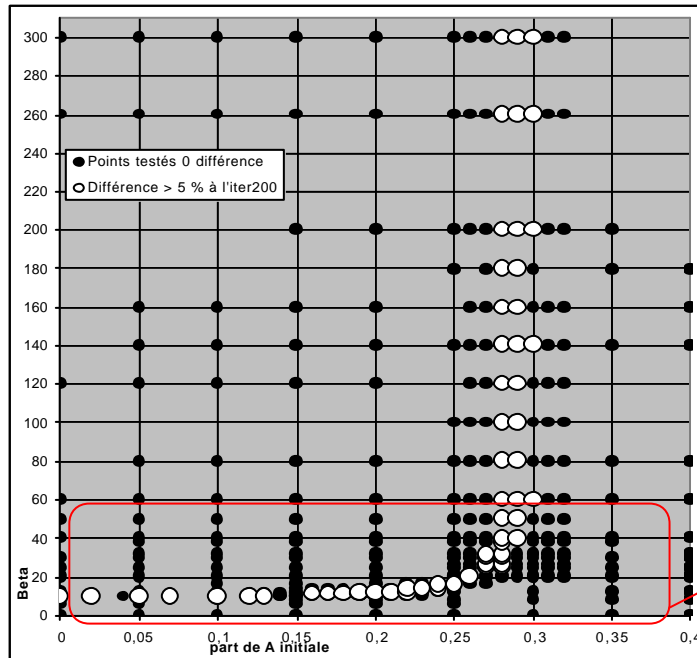
IV. Explication théorique des résultats

V. Conclusion

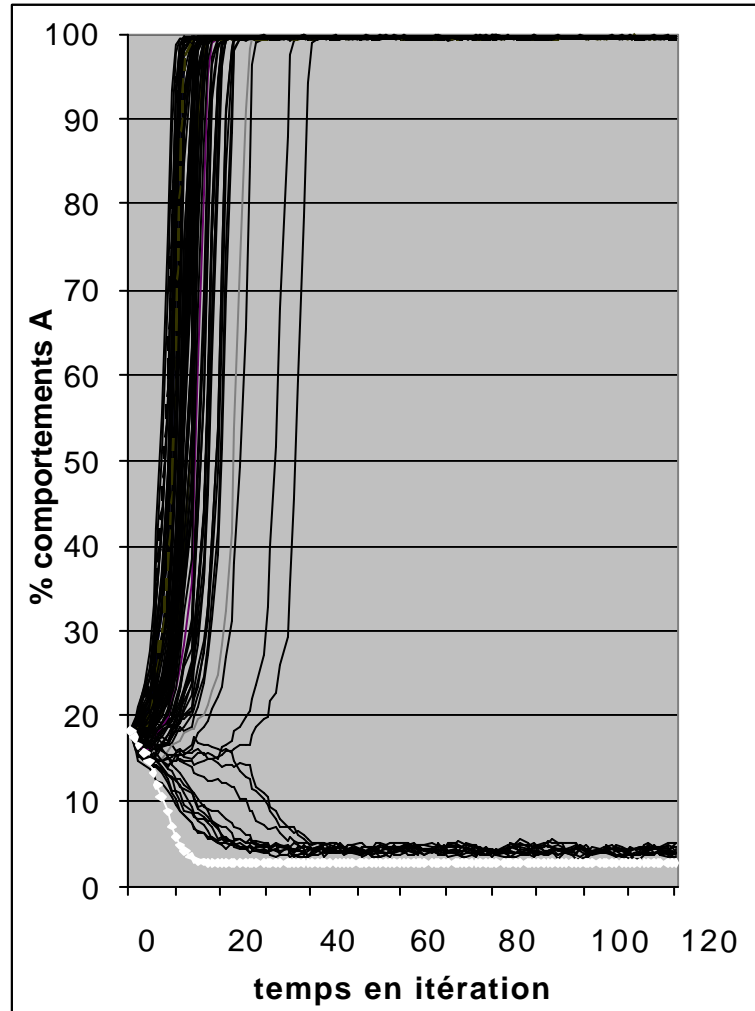
# Valeurs de paramètres testées

- $a=0.6$   $b=0.4$
- $n=10000$
- 5 voisins
- 200 itérations
- 100 simulations

## Différences entre les deux modèles dans l'espace des paramètres ( $pA_0, \beta$ )



## Etats finaux à $\beta$ , $pA_0$ fixés (simulations du modèle individu-centré)



# Plan

I. Introduction

II. Modèles

III. Résultats

IV. Explication théorique des résultats

V. Conclusion

# Potentiel pour l'individu-centré (Young)

$$r(\mathbf{x}) = (a - d)A(\mathbf{x}) + (b - c)B(\mathbf{x})$$

Conclusions pour  $a=3$ ,  $b=2$ ,  $c=d=0$  :

2 maxima principaux (attracteurs)

100% A maximum

100% B maximum local

# IBM : potentiel (Young)

Fréquence de visiter un état  $x$  :  $m^b(x)$

$$m(\mathbf{x}) = \frac{\exp(\mathbf{br}(\mathbf{x}))}{\sum_{\mathbf{y} \in \Xi} \exp(\mathbf{br}(\mathbf{y}))}$$



## Derivée

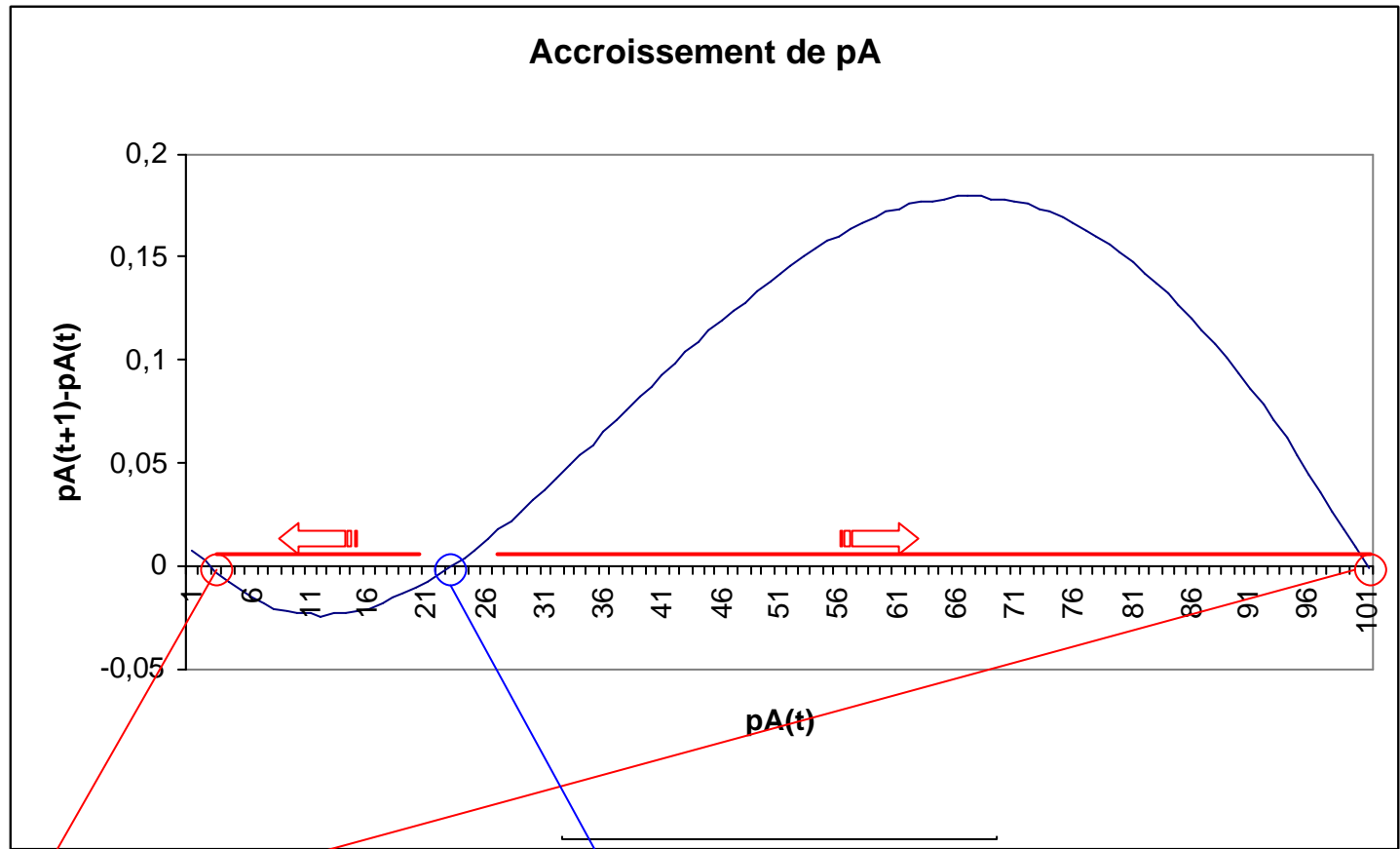
$$\frac{dn_A}{dt} = \sum_{k=0}^{\nu} n_{B \rightarrow A}(k) - n_{A \rightarrow B}(k)$$

si  $\frac{dn_A}{dt} > 0 \Rightarrow n_A$  croît

si  $\frac{dn_A}{dt} < 0 \Rightarrow n_A$  décroît

# IV Explication théorique

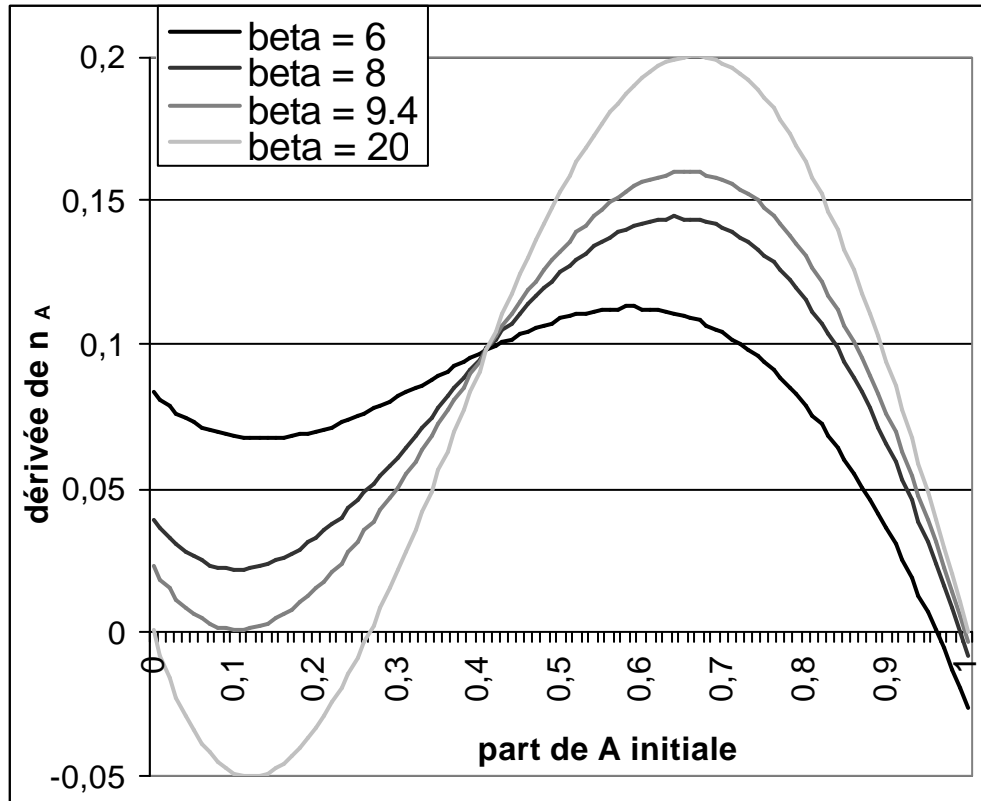
## Derivée du modèle agrégé ( $b = 0,6$ )



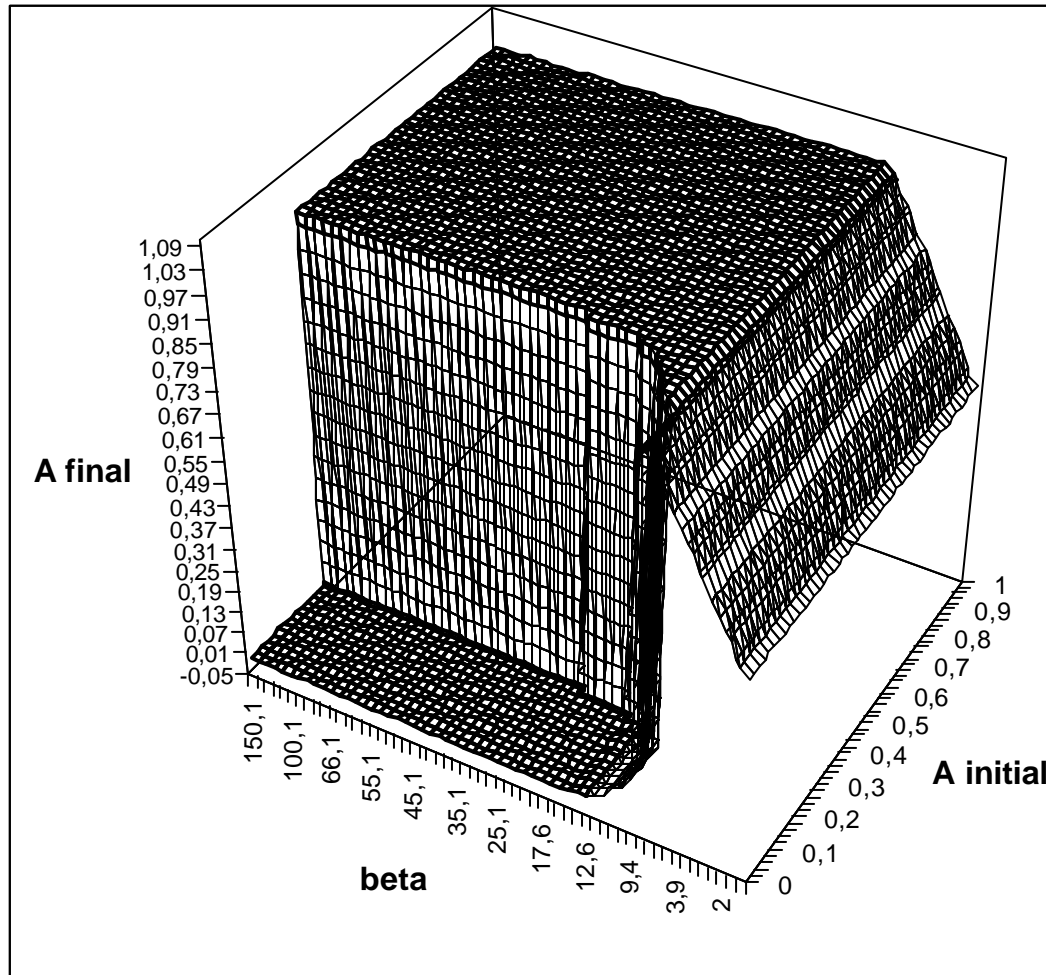
Attracteurs

Point de transition entre les bassins d'attraction

## Quelques exemples de dérivée

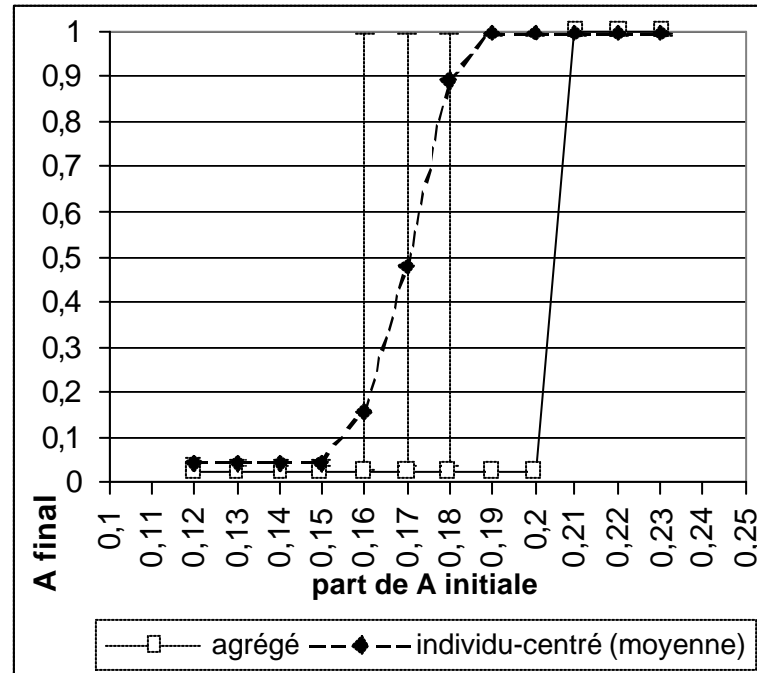


## Etats finaux pour le modèle agrégé



# IV Explication théorique

## Etats finaux à $\beta (=11)$ fixé



# Plan

I. Introduction

II. Modèles

III. Résultats

IV. Explication théorique des résultats

V. Conclusion

- Explication possible des différences

- Explication possible des différences
- Limites de notre approche
  - Indicateurs plus élaborés
  - Modèles individu-centré plus complexes ?



- Explication possible des différences
- Limites de notre approche
- Comparaison entre les modèles
  - le modèle agrégé suffit parfois
  - éléments analytiques de compréhension