

Comparaison entre un modèle individu-centré de diffusion de l'innovation et sa version agrégée dérivée par champ moyen pour des simulations à court terme

Margaret Edwards Sylvie Huet François Goreaud Guillaume Deffuant
Margaret.Edwards@CLERMONT.Cemagref.fr @Cemagref.fr @Cemagref.fr @Cemagref.fr

Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes Complexes
Cemagref
BP 50085, F63172 Aubière

Résumé

Nous utilisons un modèle de diffusion de l'innovation (Valente 1995) pour lequel la probabilité d'un individu d'opter pour le choix suggéré par la pression sociale suit une fonction de Gibbs. Ce modèle individu-centré stochastique, dont Young (1999) a étudié et décrit le comportement asymptotique, est comparé à un modèle agrégé déterministe dérivé du modèle individu-centré par une approche de type champ moyen. Nous écrivons l'équation maîtresse régissant l'évolution des probabilités des différentes configurations de ce réseau moyen et déterminons la part de chacun des comportements dans la population.

Pour un sous-ensemble de paramètres étudiés, des différences entre ces deux modèles existent et se situent autour de la limite du bassin d'attraction du modèle agrégé lorsque celui-ci est doté de deux points d'équilibre stable. Ces différences apparaissent à court terme. Par ailleurs, lorsque le modèle agrégé n'a qu'un point d'équilibre, il n'y a aucune différence entre les deux modèles.

Mots-clés : comparaison de modèles, déterministe, stochastique, Young

Abstract :

We compare two models at short term (200 time steps) models. On the one hand, a stochastic individual based model of innovation diffusion (Valente 95) inspired from the the game theory, in which the probability for an individual to make the choice suggested by the social pressure follows a Gibbs' function, whose asymptotic behavior has been described in (Young, 1999). On the other hand, a deterministic aggregate model which we derive from the previous one by considering an average network and following a mean field approximation.

For a particular zone in the parameter space, which we studied and where the aggregated model has two equilibrium points, there exist differences between the two models at short term and they are located around the limit between two two attractions basins existing for the aggregated model. When aggregated model has only one equilibrium point, the two models are equivalent.

Keywords : model comparison, IBM, determinist model, Young

1 Introduction

La modélisation individu-centrée présente l'avantage de permettre une description plus fine des phénomènes (dans les domaines où ce niveau de détail est rendu possible par l'échelle d'observation) comme par exemple l'évolution d'écosystèmes (Grimm 1999) ou certains processus socio-économiques (Gilbert and Troitzch 1999). Cependant cette finesse de représentation d'un système conduit souvent à des modèles complexes dont le comportement global est difficile à prévoir et à expliquer, et à des simulations coûteuses en temps et en mémoire. Or c'est souvent l'évolution générale du système, comme résultat des évolutions particulières, - et non celles-ci pour elles-mêmes - que l'on cherche à simuler et à observer.

A l'opposé, les modèles agrégés, qui s'appuient uniquement sur des variables globales donnent lieu à des modèles informatiques plus légers. Par ailleurs, leurs variables d'états étant à un niveau agrégé, ils permettent souvent, par leur formalisation, de mieux comprendre l'évolution globale du système en fonction des différents paramètres.

Lorsque l'évolution des variables agrégées prédite par ces deux types de modèles est la même, il semblerait donc plus approprié d'utiliser un modèle agrégé. Dans quels cas un modèle individu-centré fournit-il des éléments vraiment originaux ?

Différentes études ont cherché à comparer des modèles individu-centrés et agrégés décrivant un même phénomène. DeAngelis et Rose (1992) étudient la transformation de variables continues en distributions discrètes pour des modèles d'écosystèmes ; Picard et Franc

(2001) montrent que des modèles de dynamique forestière, agrégés à partir d'un modèle individu-centré, soit en rendant les interactions homogènes, soit en passant à une description par distribution, conduisent à des états finaux différents. Fahse et al. (1998) et Duboz et al. (2002) mettent en relation modèles individu-centré et agrégé en calculant des paramètres pour ceux-ci à partir de ceux-là.

Dans un travail précédent (Edwards et al., 2002), nous avons étudié la différence de comportement asymptotique de modèles sociaux individu-centré et agrégé. Nous avons montré que dans un cas où les facteurs de gain social associés aux deux comportements sont relativement proches et pour un certain niveau de stochasticité de la décision, l'existence de deux points d'équilibre possibles pour le modèle agrégé déterministe, peut conduire à des états finaux différents pour les deux modèles. Il s'agit ici, d'une part, d'examiner les similarités ou les différences entre les deux modèles pour ces mêmes facteurs de gain et quelque soit le niveau de stochasticité de la fonction de décision ; et d'autre part, de considérer une durée de simulation correspondant davantage à celles généralement utilisées pour ces modèles.

Nous considérons un modèle de diffusion de l'innovation à seuil (Valente 1995, Grannovetter 1978). Le modèle que nous utilisons a été étudié par Young, qui décrit son évolution à long terme en fonction de la structure du réseau d'interactions (Young 1999). Nous proposons une version agrégée de ce modèle, construite par une approche de champ moyen, suivant le principe utilisé dans la sociodynamique (Weidlich 2000, Faure et al., 2002).

2 Agrégation d'un modèle individu-centré de diffusion de l'innovation

2.1 Le modèle individu-centré de diffusion de l'innovation

Le modèle de diffusion de l'innovation évoqué ici est inspiré de la théorie des jeux, des réseaux d'automates et de la sociologie. Il est

décrit en détail dans (Young, P. 1999). Nous en présentons ici une version légèrement simplifiée.

Nous considérons N individus, qui peuvent suivre deux comportements distincts : A ou B . N ne varie pas en fonction du temps. Chaque individu i a un ensemble de voisins $V(i)$. Nous tirons les liens de voisinage au hasard, le nombre total des liens déterminant le nombre moyen de voisins ν par individu. Nous introduisons ν comme un paramètre du modèle. Nous supposons de plus qu'il n'existe que des gains sociaux d'imitation, et que l'intérêt personnel hors influence sociale, à adopter l'un ou l'autre des comportements, est nul.

La décision d'adopter le comportement A ou B découle du calcul de l'utilité. Les utilités $U_i(A)$ et $U_i(B)$ de l'individu i à choisir A ou B s'expriment sous la forme :

$$U_i(A) = a \cdot V(i, A)$$

$$U_i(B) = b \cdot V(i, B)$$

où $V(i, A)$ et $V(i, B)$ sont les proportions de voisins ayant respectivement les comportements A ou B , de l'individu i , et a et b sont les paramètres du modèle caractérisant l'utilité sociale.

Afin de rendre compte d'une certaine variabilité et incertitude dans les choix, Young introduit une fonction de décision stochastique. Il définit la probabilité pour un individu i d'adopter A ou B sous la forme :

$$P(i \text{ choisit } A) = \frac{e^{\beta \cdot U_i(A)}}{e^{\beta \cdot U_i(A)} + e^{\beta \cdot U_i(B)}}$$

$$P(i \text{ choisit } B) = \frac{e^{\beta \cdot U_i(B)}}{e^{\beta \cdot U_i(A)} + e^{\beta \cdot U_i(B)}}$$

Le paramètre β permet de caractériser le poids effectif du contexte social dans la décision. Pour $\beta=0$, la fonction de décision devient aléatoire : le comportement de ses voisins n'a aucune influence sur le choix d'un individu. Plus β croît, plus l'utilité sociale a de poids dans la décision et moins il y a de variabilité autour de la décision favorisée par le contexte social.

Pour $\beta \rightarrow \infty$, la probabilité de choisir le comportement dont l'utilité sociale est la plus grande devient proche de 1 ; le modèle tend vers le déterminisme au niveau individuel.

2.2 Agrégation et approximation de champ moyen

Nous avons construit le modèle agrégé suivant le principe de socio-dynamique (Weidlich et al., 2000) qui est inspiré des sciences physiques. Il s'agit de considérer l'évolution de la distribution de probabilité des différents états possibles du modèle ; cette évolution est déterminée par l'équation-maîtresse. Si à un instant t , il existe n_A individus ayant un comportement A, l'instant $t+1$ est défini à partir de l'estimation de la probabilité d'accroissement et ou décroissement de n_A . Cette probabilité est appréciée en considérant que chacun des individus dotés d'un comportement A a le même nombre de voisins v . On cherche à définir, en fonction de n_A , quelle est la probabilité d'avoir un seul voisin ayant un comportement A, deux voisins ayant un comportement A, et ainsi de suite jusqu'à v voisins A. Le gain à adopter le comportement A est appliqué à ces probabilités de différents voisinage le nombre d'individus ayant un comportement A à l'instant $t+1$. Ainsi, en procédant à une approximation de champ moyen, on se limite à observer l'évolution de l'espérance de cette distribution de probabilité.

Définissons l'état du système par un vecteur contenant le nombre d'individus de comportement A ayant 0, 1... v voisins de comportement A, et de même pour les individus de comportement B. Notons $n_A(k)$ le nombre d'individus de comportement A ayant k voisins de comportement A. De même notons $n_B(k)$ le nombre d'individus de comportement B ayant k voisins de comportement A. L'état $\mathbf{s}(t)$ du système est donc un vecteur de dimension $2v+2$:

$$\mathbf{s}(t) = (n_A(0), n_A(1), \dots, n_A(v), n_B(0), n_B(1), \dots, n_B(v))$$

Supposons qu'il y ait n_A individus de comportement A dans la population (et $n_B = N - n_A$ individus de comportement B). Nous suppo-

sons que $n_A(k)$ est proportionnel à la probabilité pour un individu de comportement A de compter k individus de comportement A parmi ses v voisins choisis au hasard dans la population. Cette probabilité se calcule suivant la formule suivante :

$$P(\text{tirer } k \text{ individus } A \text{ sur } v) = C_v^k \frac{n_A^k \cdot (N - n_A)^{v-k}}{N^v}$$

Nous en déduisons :

$$n_A(k) = n_A C_v^k \frac{n_A^k \cdot (N - n_A)^{v-k}}{N^v}$$

On obtient de même :

$$n_B(k) = n_B C_v^k \frac{n_A^k \cdot (N - n_A)^{v-k}}{N^v}$$

De plus pour chaque individu de $n_A(k)$, la probabilité de choisir B est donnée par :

$$P(k, A \rightarrow B) = \frac{\exp(\beta(v-k)b)}{\exp(\beta ka) + \exp(\beta(v-k)b)}$$

De façon similaire pour un individu de $n_B(k)$, la probabilité de choisir A est donnée par :

$$P(k, B \rightarrow A) = \frac{\exp(\beta ka)}{\exp(\beta ka) + \exp(\beta(v-k)b)}$$

Nous approximos le nombre d'individus changeant de comportement (de A en B ou de B en A) par :

$$n_{A \rightarrow B}(k) \cong n_A^t(k) \cdot P(k, A \rightarrow B) dt$$

$$n_{B \rightarrow A}(k) \cong n_B^t(k) \cdot P(k, B \rightarrow A) dt$$

Le nombre d'individus de comportement A suit la loi d'évolution en faisant une approximation au premier ordre :

$$n_A^{t+dt} \cong n_A^t + \left(\frac{dn_A}{dt} \right) \cdot dt$$

La dérivée peut s'écrire :

$$\frac{dn_A}{dt} = \sum_{k=0}^v n_{B \rightarrow A}(k) - n_{A \rightarrow B}(k)$$

Ainsi, le nouveau nombre d'agents A devient (pour $dt=1$) :

$$n_A^{t+1} \cong n_A^t + \sum_{k=0}^v n_{B \rightarrow A}(k) - n_{A \rightarrow B}(k)$$

Soit finalement :

$$n_A^{t+1} \cong n_A^t + \sum_{k=0}^v C_v^k \frac{n_A^k (N - n_A)^{v-k}}{N^v} \cdot \frac{n_B \exp(\beta k a) - n_A \exp(\beta (v-k) b)}{\exp(\beta k a) + \exp(\beta (v-k) b)} dt$$

Ceci nous fournit le nouveau nombre d'individus en A : n_A , nous pouvons alors réévaluer $s(t+1)$, et réitérer l'ensemble des calculs.

3 Comparaison des deux méthodes par simulation sur un nombre d'itération restreint

3.1 Méthode

Le modèle individu-centré et le modèle agrégé ont fait l'objet d'une implémentation java. Des simulations exploratoires nous permettent d'identifier une première zone de différence entre les deux modèles. Un plan d'expérience est élaboré afin de mieux explorer cette zone.

Les paramètres dont les valeurs sont fixés sont :

- ✓ $a = 0.6$ et $b = 0.4$, c'est-à-dire où à voisinage équilibré, le A l'emporte ;
- ✓ nombre de voisins moyen : 5 ;
- ✓ nombre de pas de temps réalisés : 200 ;
- ✓ taux de remise à jour des individus à chaque pas de temps : 100 % ;
- ✓ nombre d'individus : 10000 ;

Les paramètres étudiés pour cette zone sont :

- ✓ valeurs initiales d'effectifs en A (0 à 40 % de A);
- ✓ β (qui caractérise la stochasticité et le poids de l'influence sociale dans la décision) de 0.0001 à 300 (qui correspond à un comportement proche du déterminisme).

Les deux modèles sont comparés en utilisant, pour un jeu de paramètres, d'une part la valeur renvoyée par le modèle agrégé, et la moyenne de 100 simulations pour le modèle individu-centré d'autre part.

La variable suivie est le pourcentage de A à la fin d'une simulation. On considère qu'une différence existe entre les deux modèles si la différence entre la valeur renvoyée par le modèle agrégé et la moyenne renvoyée par le modèle individu-centré est supérieure à 5 %.

3.2 Résultats

3.2.1 Exemple de comportement des deux modèles sur une zone de différence

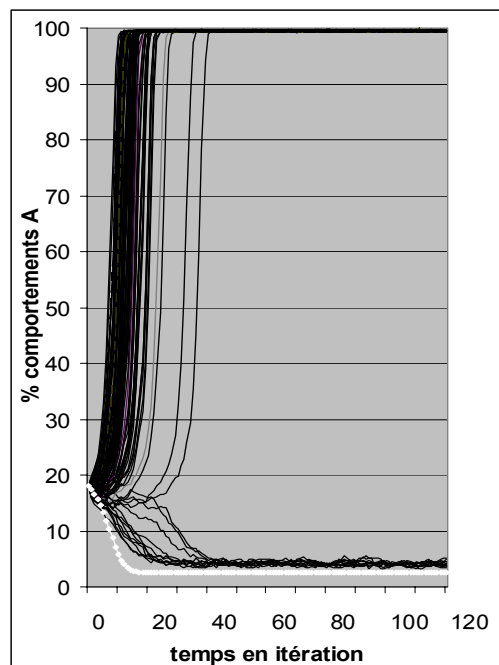


FIG. 1 - Evolutions temporelles pour $\beta = 11$ et 18 % de A à l'initialisation des modèles individu-centré (100 courbes noires) et agrégé (carrés blancs)

La figure 1 montre, pour $\beta=11$ et 18 % de A à l'initialisation, le comportement des deux modèles. Le modèle individu-centré est représenté par ses 100 courbes noires et le modèle agrégé, par les carrés blancs. Le modèle agrégé tend vers 2,5 % de A. Le modèle individu-centré adopte un comportement bimodal, faisant tendre une partie de ses courbes vers 4 % de A tandis que l'autre partie tend vers 100 % de A.

Cet exemple ne se prétend pas exhaustif du comportement des modèles sur les zones de différence mais permet de s'en faire une première idée. Cherchons à présent à observer le comportement des deux modèles au regard de leurs différences ou de leurs similarités pour un grand nombre de valeurs de beta.

3.2.2 Différences entre les deux modèles pour $a=0.6$ et $b=0.4$ si on fait varier la valeur de β et la valeur de la part initiale de A

Les figures 2a et 2b montrent les zones de différences et de similarité entre les deux modèles dans l'espace des paramètres. Les ronds blancs représentent les points de différences tandis que les ronds noirs représentent les points de similarité. L'ensemble des ronds constituent l'ensemble des valeurs testées.

Il existe une zone de différence marquée autour d'une proportion initiale de A d'environ 28% pour β allant de 40 à 300 (cf. fig. 2a). Cette proportion limite décroît avec $\beta < 40$. Pour $\beta=9.4$, cette zone s'étend d'une proportion initiale de 0,12 à toute proportion initiale de A inférieure à ce seuil cf. fig. 2b). Pour β très petit (< 9.4) on n'observe pas de différence (cf. fig. 2b).

Cette première approche de comparaison par les résultats des simulations peut être utilement rapprochée d'éléments théoriques.

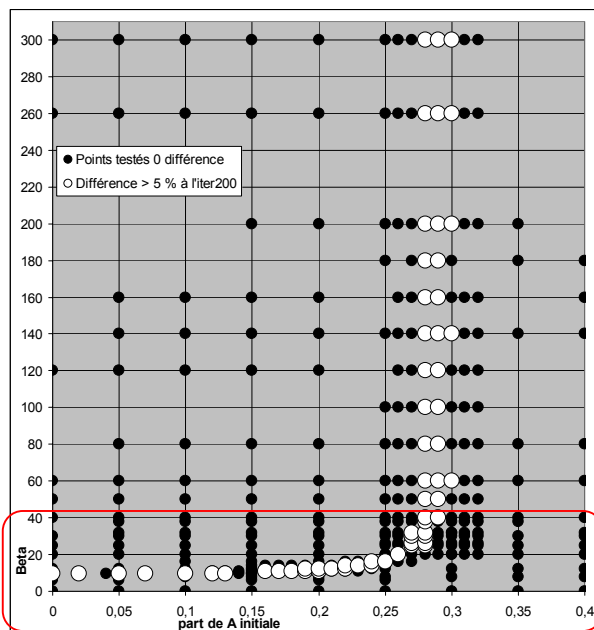


FIG. 2a - Zones de différences entre les deux modèles pour Beta allant de 0 à 300

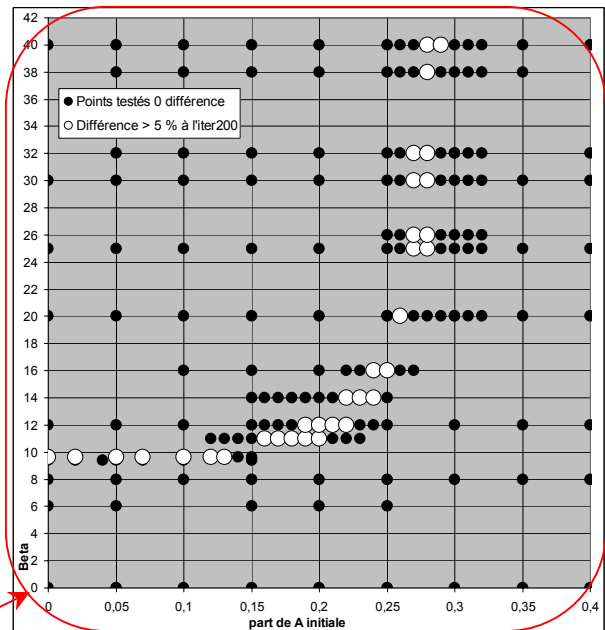


FIG. 2b - Zones de différences entre les deux modèles pour Beta allant de 0 à 42

4 Eléments théoriques d'explication

4.1 Etude de la dynamique du modèle agrégé à partir de sa dérivée et définition de ses attracteurs

Nous étudions la dérivée de n_A (ou de $p_A=n_A/n$), calculée au paragraphe 2.2, (qui peut s'exprimer uniquement en fonction de p_A), pour trouver les attracteurs du modèle agrégé.

La figure 3 représente la dérivée de la proportion de A pour les paramètres d'influence sociale définis précédemment ($a=0.6$ et $b=0.4$), et pour différentes valeurs de β .

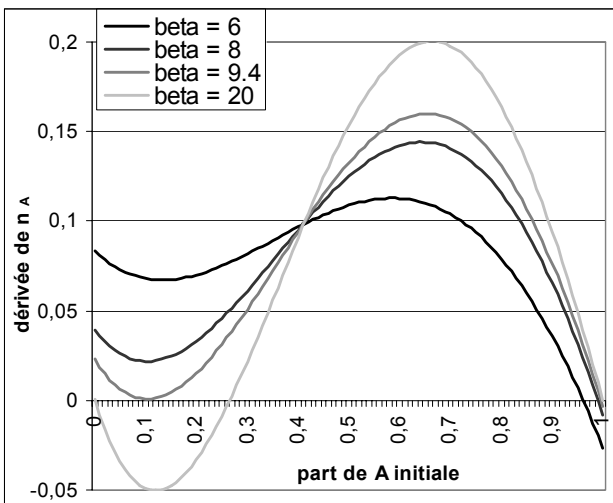


FIG. 3 – Modèle agrégé - dérivée de la proportion de A pour différentes proportions initiales de A et valeurs du paramètre β (les zéros de cette fonction déterminent des attracteurs ou des limites de bassins d'attraction)

En fonction de la valeur de β , la dérivée s'annule sur 1, 2 ou 3 points entre 0 et 1, définissant des attracteurs si la pente est strictement négative ou la limite de bassins d'attraction, si elle est strictement positive.

Pour $\beta=20$, la dynamique présente deux attracteurs (0 et 1) et un point limite entre les bassins d'attraction à 0,27. Or l'approche par simulation (voir fig. 2a) nous indique l'existence d'une différence entre les deux modèles pour $\beta=20$ autour de 0,28 A à l'initialisation. Pour les deux valeurs de β inférieures à 9,6, il n'existe qu'un seul attracteur. Ces valeurs cor-

respondent à une zone où les simulations (cf fig. 2b) ne montrent aucune différence entre les deux modèles.

Voyons s'il est possible de rapprocher les différences trouvées par l'approche « simulations » des limites entre bassins d'attraction du modèle agrégé.

4.2 Attracteurs et états finaux du modèle agrégé

Les attracteurs évoqués dans le paragraphe précédent permettent de déduire l'état final du modèle agrégé en fonction de la proportion initiale de comportements A .

La figure 4 présente, pour différentes valeurs de β , la proportion finale de A en fonction d'une proportion initiale. Nous identifions deux zones distinctes.

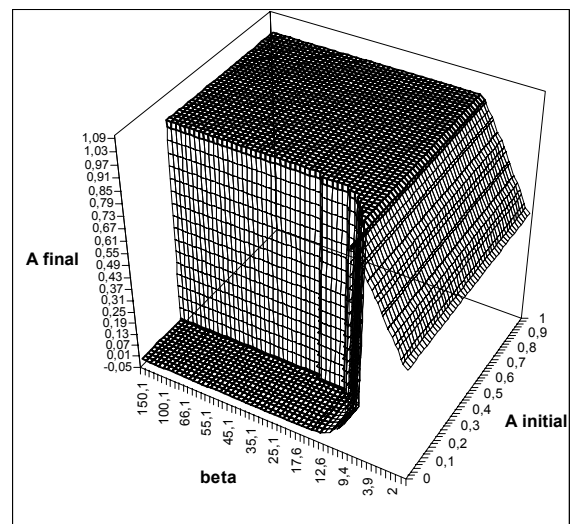


FIG. 4 - Etats finaux du modèle agrégé pour $a=0.6$ et $b=0.4$ suivant/en fonction de la part de A initiale et la valeur de β

Pour β petit (< 9.4), il existe un unique attracteur (qui vaut 0,5 pour $\beta=0$ lorsqu'on a affaire à de l'aléatoire pur) et qui tend vers 1 lors β croît. Il représente l'état final pour un nombre de pas de temps suffisamment grand. Ceci correspond à la zone identifiée par l'approche « simulations » ne renvoyant aucune différence (cf. figure 2 a et b).

A partir de $\beta \sim 9.4$, il existe deux attracteurs : l'un est 0 % de A , l'autre est 100 % de A . La

limite des bassins d'attraction de ces deux points est définie par un point d'équilibre instable. C'est également à partir de $\beta=9.4$ que l'approche « simulations » renvoie des différences (cf. figure 2 a et b) précisément autour de cette limite entre les bassins d'attraction.

4.3 Rapprochement des résultats obtenus pour les deux modèles

Les figures 5, 6a et 6b nous permettent d'observer le comportement du modèle individu-centré relativement à celui de l'agrégé sur les deux grandes zones identifiées par la dérivée approchée du modèle agrégé et évoquées dans le paragraphe précédent.

4.3.1 Existence d'un seul attracteur (modèle agrégé)

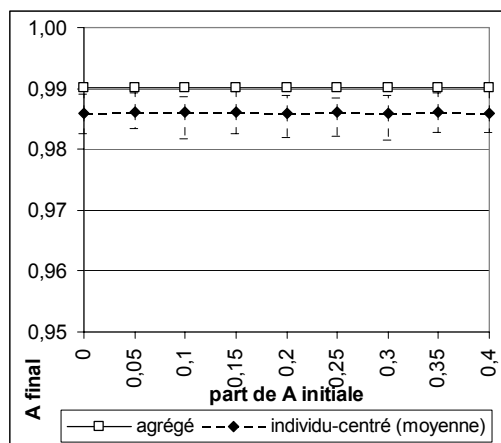


FIG. 5 – Exemple de comportements des modèles dans la zone du modèle agrégé où il n'y a qu'un attracteur (ici $\beta=8$) (les boîtes à moustache indiquent les valeurs minimum et maximum du modèle individu-centré, la moyenne étant calculée sur 100 simulations)

La figure 5 nous montre que dans la zone où il n'existe qu'un seul attracteur pour le modèle agrégé, les deux modèles ne sont quasiment pas différents d'autant que les variations du modèle individu-centré sont très faibles comme nous l'indiquent les boîtes à moustache.

4.3.2 Existence de plusieurs attracteurs (modèle agrégé)

Les figures 6a et 6b illustrent le comportement des modèles pour deux valeurs différentes de β

situées dans la zone du modèle agrégé où il existe deux attracteurs.

L'individu-centré bascule avant l'agrégé

La figure 6a nous indique que pour $\beta=11$, le modèle individu-centré change d'attracteur¹ pour une part de A initiale plus faible que le modèle agrégé. De plus, la transition entre les deux régimes est plus progressive. Elle passe par des régimes où la distribution des états finaux peut être multimodale.

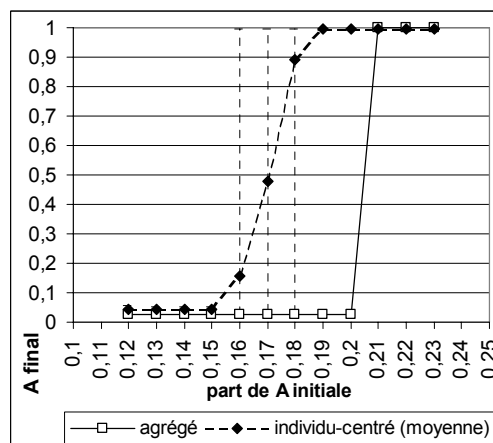


FIG. 6a – Exemple de comportements des modèles dans la zone du modèle agrégé où il y a deux attracteurs (ici $\beta=11$) (les boîtes à moustache indiquent les valeurs minimum et maximum du modèle individu-centré, la moyenne étant calculée sur 100 simulations)

On observe en effet que si, pour les trois conditions initiales que sont 16, 17 et 18 % de A , le modèle individu-centré adopte un comportement proche de celui observé en figure 1 : une partie des simulations mène à l'attracteur 0% de comportements A , l'autre 100%. La totalité de ses simulations se concentre autour de 100 % de A dès la condition initiale 19 % de A alors que l'agrégé n'atteint cette valeur que pour la condition initiale 21 %.

¹ En toute rigueur, le terme d'attracteur est impropre pour le modèle individu-centré qui est stochastique. Nous l'utilisons cependant par commodité, pour désigner un comportement dynamique où la distribution des états finaux est très concentrée autour d'une seule valeur.

L'agrégé bascule après l'individu-centré

Le décalage entre les limites des bassins d'attraction n'est pas toujours dans le même sens. Ainsi, l'étude de la figure 6b nous montre que le modèle individu-centré change d'attracteur à partir d'une part initiale de A de (31 %), ce qui est supérieur à la valeur de transition du modèle agrégé (28 %). Par ailleurs, de même que dans le cas précédent, le modèle individu centré présente une transition de régime progressive, alors que celle du modèle agrégé est brutale.

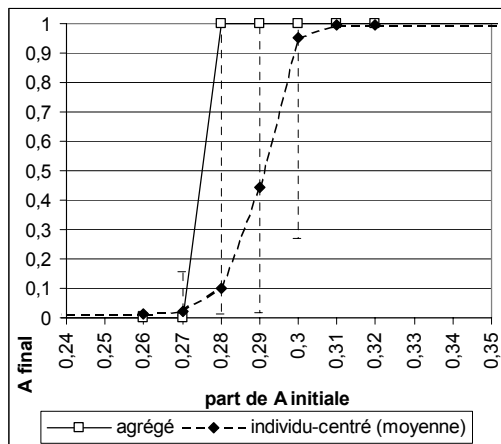


FIG. 6b – Exemple de comportements des modèles dans la zone du modèle agrégé ou il y a deux attracteurs (ici $\beta=160$) (les boîtes à moustache indiquent les valeurs minimum et maximum du modèle individu-centré, la moyenne étant calculée sur 100 simulations)

Deux types de différences apparaissent :

- ✓ Le modèle individu-centré change d'attracteur progressivement du fait de son hésitation entre les attracteurs. Le modèle agrégé, quant à lui, bascule d'un attracteur à un autre.
- ✓ Le changement d'attracteur pour le modèle individu-centré ne se produit pas nécessairement pour les mêmes conditions initiales que celles requises par le modèle agrégé.

4.3.3 Synthèse des différences lorsque le modèle agrégé a plusieurs attracteurs

La figure 7 nous permet de préciser ces différences de zone de transitions.

On peut y observer que :

- ✓ Le modèle individu-centré semble globalement changer d'attracteurs pour une part initiale de A plus faible que le modèle agrégé lorsque β est faible. Pour un β plus fort, la tendance s'inverse et le modèle individu-centré requiert plus de A à l'initialisation que n'en requiert le modèle agrégé pour changer d'attracteurs.
- ✓ La taille de l'ensemble des conditions initiales pour lesquelles le modèle individu-centré reste hésitant entre deux attracteurs varie.

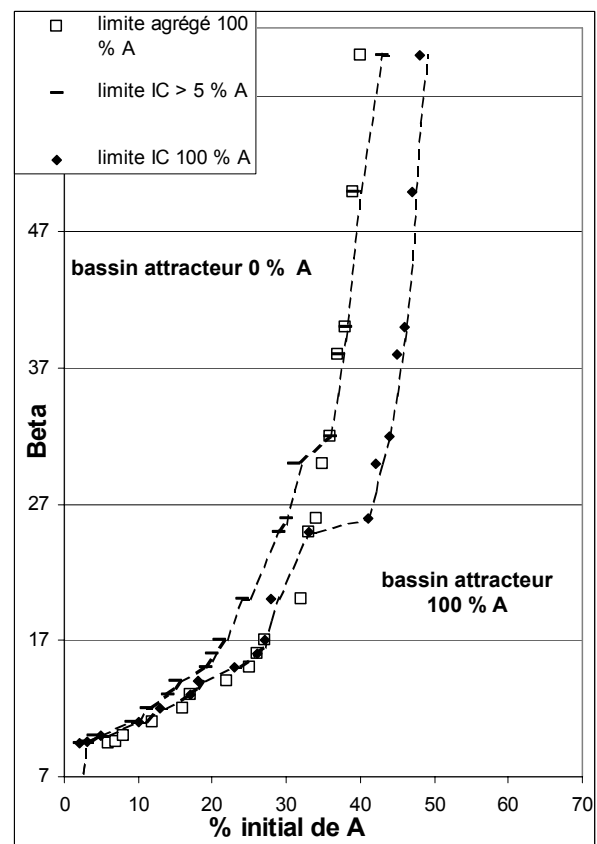


FIG. 7 – Zone de transition entre les deux modèles

La zone de différence entre les deux modèles est en fine la zone s'étendant entre la courbe la plus basse quel que soit le modèle considéré et la courbe la plus haute. Hors de cette zone de changement d'attracteur, les deux modèles renvoient des résultats équivalents et ont donc des attracteurs identiques. Ces différences

constituent donc l'erreur d'approximation faite par le modèle agrégé.

5 Discussion-Conclusion

Dans le cas étudié, le modèle agrégé prédit globalement bien la moyenne du modèle individu-centré, sauf dans la zone de paramètres voisine de la transition entre les deux bassins d'attraction du modèle agrégé.

Dans cette zone de paramètres, deux causes de différence peuvent être identifiées : 1. la distribution de probabilité des états finaux du modèle individu-centré peut prendre différentes formes (notamment bimodale), et la moyenne ne correspond pas à l'état final du modèle agrégé ; 2. le changement de bassin d'attraction de chacun des deux modèles ne se produit pas nécessairement pour les mêmes conditions initiales.

Dans cette partie, très localisée, de l'espace de paramètres, l'approximation en champ moyen uniformise de manière radicale le comportement du modèle, et plus particulièrement les interactions, et en gomme toute la complexité.

Une telle approximation peut avoir des conséquences non négligeables, en sous-estimant l'instabilité des comportements collectifs dans ces zones sensibles.

Il est donc indispensable d'élargir l'étude des différences entre ces modèles de façon à mieux estimer quelle peut être l'importance de cette zone de transition et à mieux comprendre les mécanismes de changement d'attracteur du modèle individu-centré.

6 References

Axelrod, R. (1995) "The convergence and stability of cultures : local convergence and global polarization". Ann Arbor, Institute of Public Policies Study, University of Michigan : 34

Blume, L (1993) "The statistical mechanics of strategic interaction". Games and economic behaviour 4:387-424

Blume, L (1995) "The statistical mechanics of best-response strategy revision". Games and economic behaviour 11:111-145

DeAngelis, D.L. ; Gross, L.J. Editors (1992) : "Individual-based models and approaches in ecology", Chapman & Hall

Duboz, R. ; Ramat, E. ; Preux, P. (2002) "Scale transfer modelling : using emergent computation for coupling an ordinary differential equation system with a reactive agent model"

Edwards, M. ; Huet, S. ; Goreaud, F. ; Defuant, G. (2003) "Comparing individual-based model of behaviour diffusion with its mean field aggregated approximation", accepté au workshop M2M (mars 2003).

Ellison, G (1993) "Learning, Social interaction, and coordination". Econometrica 61:1047-71

Epstein, J. ; Axtell, R. (1996) "Growing artificial Societies : Social science from the bottom up". Cambridge Massachussets, MIT Press

Fahse, L ; Wissel, C. ; Grimm, V (1998) "Reconciling Classical and Individual-Based Approaches in Theoretical Population Ecology : A Protocol for Extracting Population Parameters from Individual-Based Models"

Faure, T. ; Deffuant, G ; Weisbuch, G (2002) "Dynamics of influence on continuous uncertain opinions : Evolution of the opinion probability distribution", submitted

Gilbert, N. ; Troitzsch (1999) "Simulation for the social scientists" Open university press.

Granovetter, M. (1978) "Threshold models of collective behaviour". American journal of sociology 83:1360-1380

Grimm, V., 1999. "Ten years of individual-based modelling in ecology: what we have learned and what could we learn in

- the future ?”, *Ecological Modelling*, 115, p.129-148, 1999.
- Maienhofer, T. F. (2001) « Finding optimal targets for change agents : a computer simulation of innovation diffusion”.
- Morris, S. (1997) “Contagion”. Working paper, department of economics, university of Pennsylvania.
- Picard, N. ; Franc, A. : (2001) “Aggregation of an individual-based space-dependant model of forest dynamics into distribution-based and space-independant models”, *Ecological Modelling*.
- Valente, T.W. (1995) “Network models of the diffusion of innovations”. Cresskill, New Jersey, Hampton Press, Inc.
- Weidlich, W (2000) “SocioDynamics, A Systematic Approach to Mathematical Modelling”, Harwood academic publishers
- Young, P. (1998) “Individual Strategy and social structure”, Princeton University Press
- Young, P. (1999) “Diffusion in Social Networks”, Working Paper No 2., Brookings Institution
- Improving agri-environmental policies : a simulation approach to the cognitive properties of farmers and institutions, final report, version 2 (October 2001), FAIR3 CT 2092