L'Apprentissage dans l'Interaction
Essai de Logique Interlocutoire

Alain Trognon[1] trogon@univ-nancy2.fr
Martine Batt[1] mbatt@wanadoo.fr
Baruch Schwartz[2] msschwar@mscc.huji.ac.il
Anne Nelly Perret-Clermont[3] Nelly.Perret-Clermont@unine.ch
Pascale Marro[3] pmarro@planet.ch

[1]Nancy 2

[2]Tel-Aviv

[3]Neufchâtel

Résumé

La question de l'expression formelle de la façon dont un interlocuteur bénéficie dans son raisonnement des raisonnements de son partenaire d'interaction est une question récurrente en psychologie de l'apprentissage. Elle est particulièrement vive dans les paradigmes post-vygotskien et post-piagetien en œuvre en didactique. Et elle fait maintenant l'objet d'un regain d'intérêt avec la diffusion des systèmes d'intelligence distribuée. Les auteurs abordent cette question dans le cadre de la logique interlocutoire, laquelle constitue une démarche d'analyse destinée à expliciter les raisonnements qui émergent au travers des dialogues. Ils illustrent leur propos grâce à l'analyse d'un dialogue que des adolescentes consacrent à la résolution d'un problème de proportionnalité.

Mots-clés : Pragmatique ; Dialogue ; Résolution de problèmes ; Apprentissage ; Logique Interlocutoire ; Déduction Naturelle

1 Introduction

"Logique Interlocutoire" est une expression intentionnellement ambiguë. Elle signifie tout d'abord qu'en tant qu'objet, l'interlocution présente des propriétés logiques : en ce sens métaphorique, on parlera alors de logique interlocutoire comme on parle de la logique de la conversation. En même temps et plus techniquement, "Logique Interlocutoire" désignera un système formel conçu (ou l'ensemble des systèmes formels conçus) pour exprimer les propriétés logiques de la conversation naturelle. Aussi, pour ne retenir que des aspects qui importent ici, la Logique Interlocutoire prendra-t-elle pour alphabet les actes de langage directs ou dérivés (Trognon et Coulon, 2001 ; Trognon, 1999) accomplis par les interlocuteurs ainsi que les marqueurs qui les relient dans une conversation et organisera-t-elle les occurrences de ces éléments à l'aide de méthodes logiques qui réfléchissent logiquement les propriétés empiriques de la conversation, dont la séquentialité, restituée en Logique Interlocutoire en recourant à la méthode de la Déduction Naturelle et la distribution des illocutions, qui impose qu'elles soient présentées dans des colonnes séparées sont certainement les deux plus importantes. Conçue ainsi, la Logique Interlocutoire vient s'insérer naturellement entre une analyse *à la Roulet et coll* (1985) de l'organisation discursive de la conversation et une analyse plus abstraite des jeux de dialogues, du genre de celles qu'on trouve chez Walton et Krabbe (1995) ou chez Beun (2001).

La question que nous poserons dans le présent chapitre sera celle de savoir si, formulée comme il vient d'être dit, la Logique Interlocutoire est à même de représenter formellement certains des apprentissages s'effectuant dans l'interaction (Schwartz, Perret-Clermont, Trognon & Marro, 2003). Pour répondre, nous commencerons par proposer un schéma formel de ce que pourrait être un apprentissage dans l'interaction dans le cadre de la Logique Interlocutoire. Nous appliquerons ensuite ce schéma à l'analyse d'une partie de l'enregistrement de deux enfants résolvant ensemble un problème arithmétique de proportionnalité.

2 Apprendre dans une interaction

Voici un tableau susceptible d'expliciter formellement ce que pourrait être un processus d'apprentissage dans l'interaction :

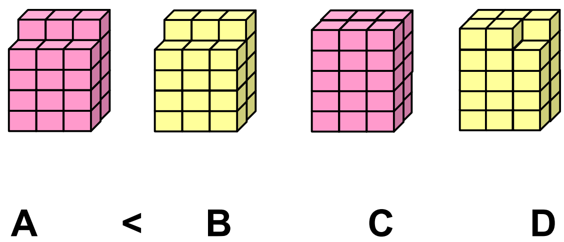
Rangs des propositions	L1	L2
1	$p \supset q$	
2		r
3	r Hypothèse	
4	$p \supset q$ Réitération	
5	$r \supset (p \supset q)$	

(L1 et L2 sont les deux interlocuteurs du dialogue (il y a autant de colonnes que d'interlocuteurs) ; r, de même que $p \supset q$ et que $r \supset (p \supset q)$ sont des contenus propositionnels d'illocutions distribués selon les locuteurs auxquels ils appartiennent. On voit que parmi ces contenus propositionnels, il en est (comme $r \supset (p \supset q)$) qui proviennent de raisonnements composant des propositions propres à un locuteur avec des propositions provenant d'un autre interlocuteur. Ainsi, l'apprentissage est défini dans ce tableau comme l'enrichissement du discours d'un locuteur produit par un processus par lequel il intègre dans l'ensemble de ses propositions ($p \supset q$) une inférence qu'il a construite en utilisant une « thèse » (r, affirmée par L2) de son interlocuteur à titre d'hypothèse. Cette opération d'intégration « de l'intersubjectif dans l'intrasubjectif » est donc ici théorisée comme une décharge d'hypothèse dans une Déduction Naturelle.

Nous imposons pour le moment, à titre de conjectures à éprouver empiriquement, premièrement, que ces propositions qu'un interlocuteur « emprunte » à son partenaire soient récupérées de manière opportuniste (le locuteur prend chez l'autre ce dont il pense avoir besoin), et deuxièmement, que ces propositions soient travaillées une à une.

3 Un exemple

La séquence que nous nous proposons d'étudier provient d'une étude expérimentale consacrée à l'influence de l'interaction dans l'acquisition de la proportionnalité (Schwarz & Linchevski, en soumission ; Schwarz, Perret-Clermont, Trognon & Marro, en soumission). L'expérience, menée à l'Université de Tel-Aviv, porte sur 60 adolescents. Elle se déroule, classiquement dans ce genre d'expériences, en trois temps : pré-test individuels, phase d'interaction en dyades pour le groupe expérimental (vs le groupe contrôle), post-test individuels ; les adolescents devant résoudre dans chaque phase des problèmes comme celui-ci, où, sachant la relation du bloc A au bloc B (A = B vs A > B vs A < B), ils doivent dire quelle est la relation du bloc C au bloc D ou admettre qu'ils ne peuvent savoir :



L'enregistrement ci-dessous restitue la première partie de la discussion que Shay et Itay consacrent au problème (exp est l'expérimentateur) :

1 Itay : Vous avez dit que B pesait plus que A?

2 exp 1: Oui

2 exp 2 : B pèse plus que A

2 exp3 : A est plus léger

3 Itay1 : Il est plus lourd

3 Itay2 : Ouais ! Ici c'est le même

4 Shay1 : Ouais !

4 Shay2 : C'est le même

4 Shay3a : Parce qu'ici c'est égal

4 Shay3b : Il manque quelque chose là

4 Shay3c : B pèse plus que A

5 Itay1: Mais qui t'as dit que c'est d'une boite ?

5 Itay2 : Qui t'as dit que son poids diffère d'exactement une boite ?

5 Itay3 : Son poids peut différer de beaucoup plus

5 Itay4 : Il est impossible de savoir

Cette séquence exprimée dans un tableau d'analyse interlocutoire (Trognon, 1999) donne ceci :

	Actes illocutoires		Contenus Propositionnels
		Fonctions conversationnelles	
1Itay	**Question**	Demande de confirmation	$[P(B) > P(A)]$?
2Exp1	**E(Ac)**	Confirmation du dire	
2Exp2	**A**	Confirmation de la proposition	$P(B) > P(A)$
2Exp3	**A**	ibidem	$P(A) < P(B)$ $P(B) > P(A) \supset P(A) < P(B)$
3Itay1	**A**	Accusé de réception	$P(B) > P(A)$
3Itay2	**A**		**Interpret 1** **Interpret 2** **Interpret 3** $P(D) > P(C)$ $P(D) = P(C)$ $(a = c \wedge b = d)$
4Shay1	**E(Ac)**	Ratification de l'énonciation	
4Shay2	**A**	Affirm de 3I2(2) Ratification de I Conclusion	$P(D) = P(C)$ **parce que**
4Shay3a	**A**	Explication (1° prémisse)	$(\{n_a = n_b\}$
4Shay3b	**A**	Explication (2° prémisse)	$n_d = n_c - x$
4Shay3c	**A**	(3° prémisse) Réitération de $2^{E}2$ Réitération de 3I1	$P(B) > P(A)$
5Itay1	**Q**	Objection envers une proposition ≠implicite (et illégitime) de 4S3b	$n_c (Pc - Pd) = Pd$? **ou bien** $x = (n_c - n_d) = 1$?
5Itay2	**Q**	Complémentation de l'objection	$n_c (Pc - Pd) = Pd$? **ou bien** $x = (n_c - n_d) = 1$?
5Itay3	**A**	Argumentation de ¬4S3b Réfutation	$n_c (Pc - Pd) > Pd$ $x > (n_c - n_d)$
5Itay4	**A**	Conclusion Réponse au problème	$(x = 1) \vee (x > 1)$ **Engagement de Itay :** $(P(C) = P(D)) \vee (P(C) \neq P(D))$

Avec P(A), le poids du bloc A, P(B) le poids du bloc B, P(C) le poids du bloc C et P(D) le poids du bloc D ; Pa le poids d'une brique de a, et ainsi de suite ; n_a le nombre de briques de A, et ainsi de suite ; A assertif, E expressif, Q question (la taxinomie utilisée est celle de Vanderveken, 1990) ; dans **(a = c $\wedge$ b = d)** le signe = symbolise l'identité.

Il s'agit maintenant de comprendre selon quel parcours cognitif, solitaire ou en collaboration avec le partenaire, les interlocuteurs en viennent à énoncer leurs propositions.

3.1 Une déduction pour Shay

D'un point de vue discursif, il est clair que 4S2 est la conclusion d'une argumentation dont (4S3a, 4S3b, 4S3c) sont les arguments. D'un point de vue logique maintenant ces derniers peuvent être pris pour des conditions suffisantes de 4S2. Dans cette structure logique représentée en Déduction Naturelle, nous devrions donc avoir (4S3a, 4S3b, 4S3c) $\supset$ 4S2 ; le conséquent devant pouvoir être ensuite déchargé dans le raisonnement principal.

Voici comment pourrait être représenté par une déduction naturelle le raisonnement conduit par Shay :

1	$P(A) = n_a Pa$	$P(A)=24Pa$	Prémisse consigne
2	$P(B) = n_b Pb$	$P(B)=24Pb$	Prémisse consigne
3	$P(C) = n_c Pc$	$P(C)=30Pc$	Prémisse consigne
4	$P(D) = n_d Pd$	$P(D)=29Pd$	Prémisse consigne
5	$(a = c) \wedge (b = d)$		Prémisse consigne
6	$n_a = n_b = n$		Prémisse consigne
7	$n_d = n_c - 1$		Prémisse consigne
8	$P(B) > P(A)$		Prémisse consigne
9			
10*[1]			
11			
12			
13	$n_a = n_b = n$		R-6 [4S3a]
14	$n_d = n_c - 1$		R-7 [4S3b]
15	$P(B) > P(A)$		R-8 [4S3c]
16	$n_a = n_b = n$		Hypo (et R-11)
17	$P(B) > P(A)$		R-15
18	$P(B) = n_b Pb$		R-2
19	$P(A) = n_a Pa$		R-1
20	$n_a Pa < n_b Pb$		
21	$n_a = n_b = n$		R-13
22	$n Pa < n Pb$		
23	$n/n Pa < Pb$		
24	$Pb/ Pa > 1$		
25	$Pb > Pa$		
26	$n_a = n_b = n \supset Pb > Pa$		I$\supset$-16, 25
27	$n_a = n_b = n$		R-13
28	$Pb > Pa$		E$\supset$-26, 27
29	$(a = c) \wedge (b = d)$		Hypo (et R-5 ?)
30	$Pb > Pa$		R-28
31	$(a = c) \wedge (b = d)$		R-29
32	$Pd > Pc$		
33	$((a =c) \wedge (b = d)) \supset Pd > Pc$		I$\supset$-29, 32
34	$(a = c) \wedge (b = d)$		R-5
35	$Pd > Pc$		E$\supset$33, 34
36	$nPd > nPc$		
37	$n/n > Pc/Pd$		
38	$Pc/Pd < 1$		
39	$nPc = n_c Pc$		
40	$n_c Pc = n_c(Pc/Pd)Pd$		
41	$n_c(Pc/Pd)Pd = n_d Pd$		hypo
42	$n_c(Pc/Pd)Pd = n_d Pd$		R-41
43	$P(C) = n_c Pc$		R-3
44	$P(D) = n_d Pd$		R-4
45	$P(C) = P(D)$		
46	$n_c(Pc/Pd)Pd = n_d Pd \supset P(C) = P(D)$		I$\supset$-41, 45

1 Aux lignes 9, 10 et 11 s'insèrent les prémisses re-énoncées par Itay dans la discussion

Shay et Itay ont en commun un certain nombre de propositions qui leur viennent de la consigne. Certaines d'entre elles sont réexprimées dans la conversation par l'un ou par l'autre, d'autres pas. Parmi ces dernières, il y en a qui sont cependant nécessaires à la tenue d'un raisonnement mené par un interlocuteur.

Par exemple, dans son argumentation, Shay énonce $\mathbf{P(B) > P(A)}$, $\mathbf{n_a = n_b = n}$, $\mathbf{n_d = n_c - 1}$, mais ni $\mathbf{(a = c \wedge b = d)}$ ni $\mathbf{P(U) = n_u\, Pu}$ où $\mathbf{n_u}$ est le nombre de briques d'une certaine couleur et **Pu** le poids unitaire de ce genre de briques. Alors que toutes ces propositions appartiennent à l'environnement cognitif (au sens de Sperber et Wilson, 1986) "immédiat" de la tâche soumise aux interlocuteurs, elles n'ont pas toutes le même degré de saillance pour eux. Ainsi, on pourrait penser qu'une proposition perçue, énoncée dans la consigne et reformulée dans une argumentation est plus saillante qu'une proposition simplement perceptible. Nous avons néanmoins pris le parti (qui peut se discuter) de prendre les huit propositions ci-dessous comme des prémisses communes alors qu'en réalité ce sont des prémisses potentiellement communes (ou potentiellement accessibles pour tous les interactants). Nous avons également donné aux propositions une écriture un peu plus abstraite que celle qui est strictement requise par la tâche 7. Ainsi dans la dérivation, nous écrivons $\mathbf{n_a}$ et non **24** pour représenter le nombre de briques **a** dans **A**. C'est pour donner un peu plus de généralité à la dérivation, pour qu'elle serve à examiner les autres tâches soumises aux enfants. Par exemple, cela pourrait permettre de comparer les prémisses invoquées en pré-test et en post-test ou faire d'autres analyses de ce genre.

Des "sauts de lignes" ont été mis en place pour tenir compte dans le raisonnement imputé à un locuteur des raisonnements qu'y enchaîne son partenaire. Enfin nous avons omis d'introduire une barre verticale à la gauche du raisonnement principal dans la mesure où cette simplification ne prête pas à confusion

Parvenu à 46 le raisonnement de Shay se poursuivrait de la façon suivante :

	46	$\mathbf{n_c(Pc/Pd)Pd = n_d\, Pd \supset P(C) = P(D)}$	I⊃-35, 39
S	47	$\mathbf{n_c(Pc/Pd)Pd = n_d\, Pd}$	
S	48	$\mathbf{P(C) = P(D)}$	E⊃-40,41

Les lignes 47 (S pour désigner Shay) et 48 sont erronées. 47 ne peut être affirmée dans le raisonnement principal dans la mesure où cette proposition n'appartient ni aux prémisses ni à des déductions qui auront été déchargées dans le raisonnement principal. Et 48 ne peut pas non plus être déduite, justement parce que 47 ne peut être affirmée.

En définitive, le raisonnement qu'aurait pu faire Shay présente trois propriétés. Premièrement, il est incomplet, Shay n'envisageant qu'une seule possibilité alors qu'il y en a trois. Deuxièmement, il tire une conclusion erronée, faute de disposer de la proposition qui la rendrait vraie. Troisièmement, Shay devrait faire intervenir "silencieusement" (ou inconsciemment) beaucoup de prémisses supplémentaires à celles qu'il énonce pour parvenir à la conclusion que $\mathbf{P(D) = P(C)}$, notamment une prémisse concernant le poids unitaire d'une brique à laquelle les enfants ne pensent pas toujours.

3.2 Les raisonnements de Itay

Un raisonnement pour Itay devrait rendre compte de la progression (5I1, 5I2, 5I3, 5I4) soit à titre de prémisses, soit à titre de résultats. Il devrait aussi rendre compte du fait que le raisonnement de Itay conteste une proposition prêtée à Shay. Car en effet, Shay ne dit pas cela. En d'autres termes, pour que Itay puisse reprocher ce qu'il reproche à Shay, il faut qu'il (Itay) estime que ce qui est reproché constitue un engagement (propositionnel) de Shay.

Rappelons tout d'abord (Trognon & Batt, 2002) que les propositions "utilisables" par un interlocuteur i à un moment donné peuvent être des propositions affirmées ou déduites "personnellement" par lui (grâce notamment au détour d'une hypothèse "person-nelle"), ou encore à des propositions émises par ou prêtées à un interlocuteur j, mais dans ce cas uniquement à titre d'hypothèses.

Remarquons également qu'au moment où il prend la parole, Itay ne démarre pas avec le même ensemble de prémisses rappelées que Shay. En effet, à la prémisse rappelée sur laquelle Itay vient de s'accorder avec l'expérimentateur, **P(B) > P(A)**, il faut ajouter 3I2 selon sa triple interprétation : **P(D) > P(C) ou bien P(D) = P(C) ou bien (a = c et b = d)**, cette dernière possibilité signifiant quelque chose comme "hé, ici c'est les mêmes couleurs (ou les mêmes briques)". En tout cas, le raisonnement de Itay n'est pour le moins pas très clair. Ainsi, comme on l'a déjà noté, la référence de 3I2 est ambiguë. Il en va de même de 5I1et 5I3. Itay se réfère-t-il à la relation entre **B** et **A** (qui te dit que le poids de **B** diffère du poids de **A** par le poids d'une (seule) brique **b** ?) ou à la relation entre **D** et **C** (qui te dit que le poids de **D** diffère du poids de **C** par le poids d'une (seule) brique **b** ?).

3.3 Le statut de 3I2

Il ne paraît pas déraisonnable de penser que Itay partage avec Shay le même ensemble de prémisses 1-8. Mais il y a des prémisses qu'il asserte parallèlement à Shay, comme **P(B) > P(A)** (sauf que dans un schéma différent, Shay l'énonçant en tant qu'argument "monologique", tandis qu'Itay stabilise conversationnellement cette proposition avec l'expérimentateur) et d'autres qu'il affirme tout seul, comme **(a = c ∧ b = d)** dans la troisième interprétation de 3I2.

Au moment de 3I2 nous avons donc trois interprétations. Il faudrait, en toute rigueur, analyser chacune d'entre elles et voir, dans chaque cas, si on la prend comme une prémisse (plus exactement un axiome) ou comme une conclusion (dans ce cas, il faut produire le raisonnement qui y parvient) . Si l'interprétation 3 paraît plutôt une prémisse (elle correspond à une donnée du problème), les deux autres apparaissent plutôt comme des déductions.

A supposer que les interprétations 1 et 2 de 3I2 résultent d'une déduction, le raisonnement qui y mène pourrait être le suivant. Il suivrait tout d'abord le même chemin que Shay, en parcourant les lignes 1 à 49. Puis, comme 3I2 condense trois interprétations, il se présenterait selon les trois possibilités suivantes :

3.4 La déduction paresseuse

3.4.1 déduction paresseuse courte

(même ensemble de prémisses accessibles que pour Shay, deux prémisses reformulées **P(B) > P(A)** et **(a = c) ∧ (b = d),** le raisonnement de Itay enchaîne sur 4S2, donc après 48.

	…		
[3I1]	9	**P(B) > P(A)**	R-8
[3I23]	10	**(a = c) ∧ (b = d)**	R-5
	11		
	…		
	49	**P(D) = P(C)**	Proposition de S prise comme hypothèse par I
	50	**P(D) = P(C)**	R-49
	51	**$n_d = n_c - 1$**	R-7
	52	**$P(D) = n_d Pd$**	R-4
	53	**$P(D) = (n_c - 1) Pd$**	
	54	**$P(C) = n_c Pc$**	R-3
	55	**$(n_c - 1) Pd = n_c Pc$**	
	56	**$n_c Pd - Pd = n_c Pc$**	
	57	**$n_c Pd - n_c Pc = Pd$**	
	58	**$n_c(Pd - Pc) = Pd$**	
	59	**$P(D) = P(C) \supset n_c(Pd - Pc) = Pd$**	I⊃-49, 59 ; [5I1]

Cette dérivation montre bien comment un contexte conversationnel modifie la dynamique cognitive des interactants. Ici Itay n'a pas besoin de refaire le calcul de son partenaire pour énoncer 5I1. Il lui suffit de prendre la proposition de Shay comme hypothèse et d'en calculer les conséquences en intégrant cette hypothèse à l'ensemble de ses prémisses.

Rien ne permettant de poser **P(D) = P(C)**, sauf une décision purement arbitraire, on ne peut pas déduire **n_c(Pd - Pc) = Pd**. Et c'est précisément la proposition 5I1.

Notons que la dérivation qui vient d'être proposée est tout-à-fait compatible avec la seconde interprétation de 3I2. Cette dérivation et sa propriété permettent de comprendre pourquoi Itay ne critique pas expressément l'idée de Shay. Ce qu'il fait plutôt (et qu'on "sent" intuitivement) c'est une sorte de reproche "d'aller trop loin", c'est à dire au delà de ce dont on a des preuves. En d'autres termes, le rejet de **$n_c(Pd - Pc) = Pd$** est seulement une implicature de 5I1, une proposition, donc, que Itay pourrait dénéguer. Dans le tableau d'analyse interlocutoire,

$\neg[n_c(Pd - Pc) = Pd]$ devrait donc être écrite en italiques.

3.4.2 déduction paresseuse longue

La dérivation aboutissant à 5I1 peut encore être représentée autrement, en fonction de la première interprétation de 3I2. Introduisons donc cette première interprétation comme prémisse. On obtient (même ensemble de prémisses accessibles que pour Shay, deux prémisses reformulées **P(B) > P(A)** et **P(D) > P(C),** le raisonnement de Itay enchaîne sur 4S2, donc après 48) :

	…		
[3I1]	9	**P(B) > P(A)**	R-8
	10		
[3I21]	11	**P(D) > P(C)**	
	.		
	49	**P(D) = P(C)**	Proposition de S prise comme hypothèse par I
	50	**P(D) = P(C)**	R-49
	51	**$n_d = n_c - 1$**	R-7
	52	**$P(D) = n_d Pd$**	R-4
	53	**$P(D) = (n_c - 1) Pd$**	
	54	**$P(C) = n_c Pc$**	R-3
	55	**$(n_c - 1) Pd = n_c Pc$**	
	56	**$n_c Pd - Pd = n_c Pc$**	
	57	**$n_c Pd - n_c Pc = Pd$**	
	58	**$n_c(Pd - Pc) = Pd$**	
	59	**$P(D) = P(C) \supset n_c(Pd - Pc) = Pd$**	I⊃-49, 58
	60	**P(D) > P(C)**	R-10
	61	**$(n_c(Pd - Pc) = Pd) \vee \neg[n_c(Pd - Pc) = Pd]$**	
	62	**$\neg[n_c(Pd - Pc) = Pd] \equiv (n_c(Pd - Pc) \neq Pd)$**	
	63	**$(n_c(Pd - Pc) \neq Pd) \equiv (n_c(Pd - Pc) > Pd) \vee (n_c(Pd - Pc) < Pd)$**	
	64	**$(n_c(Pd - Pc) = Pd) \vee (n_c(Pd - Pc) > Pd) \vee (n_c(Pd - Pc) < Pd)$**	
	65	**$(n_c(Pd - Pc) = Pd) \vee (n_c(Pd - Pc) > Pd)$**	[5I3-4]

La ligne 61 s'explique par la loi logique $((p \supset q) \wedge \neg p) \supset (q \vee \neg q))$, **P(D) > P(C)** jouant le rôle de $\neg$ p. On voit tout l'avantage que comporte le fait d'avoir énoncé **P(D) > P(C)**. Notons encore qu'en réitérant sa propre proposition **P(D) > P(C)**, Itay aurait pu être conduit à rejeter **P(D) = P(C)**, mais ce n'est pas cette voie conflictuelle qu'il choisit, optant plutôt pour une pensée "intégrative". La ligne 65 constitue une déduction erronée dans la mesure où $((p \vee q) \supset p)$ n'est pas une loi logique.

La ligne 59 aboutit, comme dans la dérivation précédente, au reproche fait à Shay, donc à 5I1. La dérivation permet également de produire 5I3 puisque dans la ligne 65 Itay affirme que la différence de poids est soit d'une brique soit de plus d'une brique ("elle *peut* peser par *bien plus*") et peut-être 5I4 (c'est à voir).

3.5 La déduction rigoureuse

La dérivation paresseuse, sous ses deux modalités, est néanmoins encore trop grossière. Du moins, nous avons l'impression qu'elle ne restitue pas la précision de 5I1-5I4. C'est tout particulièrement le cas pour 5I2. Cette proposition n'est pas une simple paraphrase de 5I1 : "*exactement* une brique" pouvant aussi bien signifier un nombre entier de briques (une seule, ou plus d'une) ou une fraction de brique, ce qui renverrait à la possibilité que **$(n_c(Pd - Pc) < Pd)$**.

Le raisonnement de Itay irait d'abord des lignes 1 à 46 puis se développerait ainsi :

46	**$n_c(Pc/Pd)Pd = n_d Pd \supset P(C) = P(D)$**	I⊃-41, 45
47*[1]		
48		
…		

58		
…		
65*[2]		
…		
99	$\neg(n_c(Pc/Pd)Pd = n_d Pd)$	
100	$\neg(n_c(Pc/Pd)Pd = n_d Pd)$	R-99
101	$P(C) = n_c Pc$	R-3
102	$P(D) = n_d Pd$	R-4
103	$\neg (P(C) = P(D))$	
104	$\neg(n_c(Pc/Pd)Pd = n_d Pd) \supset \neg (P(C) = P(D))$	I⊃-99, 103
105	$[n_c(Pc/Pd)Pd = n_d Pd \supset P(C) = P(D)] \wedge [\neg(n_c(Pc/Pd)Pd = n_d Pd) \supset \neg (P(C) = P(D))$	I∧-46, 104
106	$(P(C) = P(D)) \vee \neg (P(C) = P(D))$	
107	$\neg (P(C) = P(D) \equiv (P(D) > P(C) \vee P(D) < P(C))$	
107'		
108	$(P(C) = P(D)) \vee (P(D) > P(C)) \vee (P(D) < P(C))$	
108'		

[1] Les lignes 47 et 48 correspondent à une déduction erronée de Shay

[2] Entre les lignes 48 et 58 s'insèrent les lignes d'un raisonnement possible de Itay, le raisonnement pares-seux court de Itay (voir ci-dessous). Entre les lignes 48 et 65 s'insèrent les lignes d'un second raisonnement possible de Itay, le raisonnement paresseux long (voir ci-dessous), le raisonnement paresseux long prenant la suite du raisonnement paresseux court.

La ligne 40 constitue un moment crucial de la dérivation. Remarquons tout d'abord que **n_c Pc = n_c(Pc/Pd)Pd** procède de la manipulation simple suivante : **n_cPc = (n_cPc)Pd/Pd,** puisque **Pd/Pd = 1**, d'où **n_cPc = n_c(Pc/Pd)Pd** (on a simplement fait passer le dénominateur "sous" **Pd**). En apparence purement technique, l'opération qu'on vient de faire est lourde de signification ; comme quoi les opérations en apparence techniques ont une signification conceptuelle qui, elle, nous semble relever d'une sorte d'intuition arithmétique. Dans **n_c Pc = n_c(Pc/Pd)Pd** en effet, **n_c(Pc/Pd)Pd** est le poids du bloc **C** exprimé en poids de fractions de poids unitaire d'une brique de **D** ; **n_c Pc** étant **n_c** fois la fraction du poids de **Pd** qu'est **Pc** (le poids unitaire d'une brique de **C**). Puisque **Pc < Pd**, donc que **Pc/Pd < 1**, chaque brique de **C** est égal au poids d'une certaine fraction d'une brique **d** de **D** et donc le poids de **n** briques **c** est égal à **n** fois le poids d'une certaine fraction du poids de **d**.

On notera que la formule de la ligne 40 repose sur la proposition de la ligne 35 qui suppose le détour de deux hypothèses.

La ligne 106 s'explique par la loi logique suivante (qu'on peut directement introduire dans une dérivation, cf (Trognon et Batt, en soumission)) :

$$((p \supset q) \wedge (\neg p \supset \neg q)) \supset (q \vee \neg q).$$

La ligne 108 est la solution du problème. Cependant, on ne saurait s'en satisfaire. Pourquoi ? Mais tout simplement parce que l'un des interlocuteurs donne sa solution en passant par 5I1-5I4 et que la dérivation 1-108 ne restitue pas ce parcours. Il faut donc continuer…

Continuer, c'est se poser la question de savoir combien il faut enlever de briques **d** à **nPd** pour équilibrer les poids des blocs **D** et **C**. Pourquoi doit-on se poser cette question précisément ? Mais simplement parce que I parle de briques qu'on enlève…On répondra à la question en ajoutant à la dérivation un nouveau sous-raisonnement fondé sur la ligne 35.

109	$n_c Pd - xPd = n_c Pc$	hypo
110	$n_c Pd - xPd = n_c Pc$	
111	$n_c Pd - n_c Pc = xPd$	
112	$n_c Pc = n_c(Pc/Pd)Pd$	
113	$n_c Pd - n_c(Pc/Pd)Pd = xPd$	
114	$((n_c - n_c(Pc/Pd))Pd = xPd$	
115	$(n_c - n_c(Pc/Pd))Pd/Pd = x$	
116	$(n_c - n_c(Pc/Pd)) = x$	
117	$x = n_c (1- (Pc/Pd))$	
118	$n_c Pd - xPd = n_c Pc \supset x = n_c(1- (Pc/Pd))$	I⊃-109,117
119	$nPc = n_c Pc$	R-39

120	$Pd > Pc$	R-35
121	$n_c Pd > n_c Pc$	
122	$n_c Pd - xPd = n_c Pc$	
123	$x = n_c (1 - (Pc/Pd))$	E⊃118, 122

Par conséquent, le poids qu'il faut enlever à $\mathbf{n_c}$ **Pd** pour égaliser son poids avec celui de $\mathbf{n_c}$ **Pc** est de **xPd =** $\mathbf{n_c}$ **(1- (Pc/Pd)Pd**). On voit que le nombre de briques de **Pd** qu'il faut enlever à $\mathbf{n_c}$ **Pd** varie selon **Pc/Pd**, avec **0 < Pc/Pd < 1**. Si **Pc/Pd** tend vers 1 **x** tend vers 0 et si **Pc/Pd** tend vers 0 x tend vers $\mathbf{n_c}$. Ainsi pour **(Pc/Pd) = 0, 966, x** sera égal à **30 (1 - 0, 966) ≅ 1, 02**, soit un peu plus d'une brique d. Pour **(Pc/Pd) = 0, 99999**, **x = 0, 000001.** Enfin pour **(Pc/Pd) = 0, 9** le nombre de briques qu'il faut enlever est de **30(0, 1) = 3**. Plus généralement, plus la différence entre **Pd** et **Pc** augmente et plus il faut enlever de briques **d** pour équilibrer les poids des blocs. Comme on ne connaît pas le poids unitaire d'au moins une brique, "on ne peut pas savoir".

Notez l'importance de la ligne 123 dans la dérivation. Elle repose sur l'idée que si X > Y alors (X - Δ) = Y. C'est parce que cette proposition est arithmétiquement démontrable (du moins nous l'espérons) qu'elle figure dans le raisonnement principal. A 118 le problème est de décharger **x =** $\mathbf{n_c}$ **(1- (Pc/Pd))** dans le raisonnement principal. Pour ce faire, on va rechercher 35, **Pd > Pc**, on multiplie chaque membre par un même nombre, en l'occurrence $\mathbf{n_c}$, puis on "équilibre" l'inégalité en faisant $\mathbf{n_c}$ **Pd >** $\mathbf{n_c}$ **Pc ≡** $\mathbf{n_c}$ **Pd - xPd =** $\mathbf{n_c}$ **Pc**, ce qui nous donne l'antécédent de 118 et nous permet par conséquent de "sortir" le conséquent.

Itay part donc maintenant de la ligne 123 pour examiner d'abord la proposition de Shay, puis la sienne propre ; chacune, bien sûr, à titre d'hypothèse.

	123	$x = n_c (1 - (Pc/Pd))$		
	124	$P(C) = P(D)$		
	125	$P(C) = P(D)$		R-123
	126	$n_c Pc = n_d Pd$	$30Pc = 29Pd$	Via R-3 et R-4
	127	$n_d/n_c = Pc/Pd$	$29/30 = Pc/Pd$	
	128	$x = n_c (1 - (Pc/Pd))$	$x = 30(1 - (Pc/Pd))$	R-123
	129	$xPd = n_c (1 - (Pc/Pd))Pd$	$xPd = 30\ (1 - (Pc/Pd))Pd$	
	130	$xPd = n_c (1 - (n_d/n_c))Pd$	$xPd = 30\ (1 - (29/30))Pd$	
	131	$xPd = (n_c - n_c(n_d/n_c))Pd$	$xPd = (30 - 30(29/30))Pd$	
	132	$xPd/Pd = n_c - n_d$	$xPd/Pd = (30 - 30(29/30))$	
	133	$x = n_c - n_d$	$x = 30 - 29 = 1$	
5I1-2	134	$P(C) = P(D) \supset x = 1$		I⊃-124, 133
	135	$P(C) < P(D)$		
	136	$P(C) < P(D)$		R-135
	137	$n_c Pc < n_d Pd$	$30Pc < 29Pd$	Via R-3 et R-4
	138	$n_d/n_c > Pc/Pd$	$29/30 > Pc/Pd$	
	139	$n_c\ (n_d/n_c) > n_c\ (Pc/Pd)$	$30\ (29/30) > 30\ (Pc/Pd)$	
	140	$n_c - n_c(n_d/n_c) < n_c - n_c(Pc/Pd)$	$30 - 30(29/30) < 30 - 30(Pc/Pd)$	
	141	$x = n_c (1 - (Pc/Pd))$	$x = 30\ (1 - (Pc/Pd))$	R-123
	142	$x = n_c - n_c\ (Pc/Pd))$	$x = 30 - 30\ (Pc/Pd))$	
	143	$x > n_c - n_c\ (n_d/n_c)$	$x > 30 - 30\ (29/30)$	
	144	$x > n_c (1 - n_d/n_c)$	$x > 1$	
5I3	145	$P(C) < P(D) \supset x > 1$		I⊃-135, 144
	146	$P(C) = P(D) \supset x = 1 \wedge P(C) < P(D) \supset x > 1$		I∧-134, 145
5I4	147	$(x = 1) \vee (x > 1)$		

De la ligne 124 à 134 Itay analyse 4S2. De la constatation que rien ne permet d'asserter **P(C) = P(D)**, il questionne Shay sur la conclusion, le fait que la différence soit exactement du poids d'une brique **d**. Il analyse ensuite sa propre hypothèse, ce qui lui permet d'affirmer 5I3 (ligne 146) et de conclure finalement 5I4 (à la ligne 147, cette déduction s'expliquant de la même manière que celle de la ligne 106). Le passage de 139 à 140 s'explique ainsi : si X >

Y alors U - X < U - Y. Cette dernière déduction nous paraît plus proche de notre appréhension intuitive de la séquence. En tout cas, elle restitue bien mieux que les autres les interprétations quasi littérales des énoncés de Itay ; les autres dérivations ayant une signification équivalente, mais moins précise. A supposer qu'une formalisation soit d'autant meilleure qu'elle est plus proche du contenu littéral du discours, c'est la déduction rigoureuse qui est la meilleure candidate.

Maintenant, cette déduction conduit à une solution complète au problème. Elle n'est pas formulée, mais elle fait partie des engage-ments interlocutoires (et cognitifs) d'Itay, comme le montre la dérivation suivante conçue sur la double proposition que **$(x = 1) \vee (x > 1)$** et que **$x = n_c(1 - (Pc/Pd))$**.

Les lignes qui composent cette déduc-tion sont bien sûr des lignes virtuelles.

5I3	148	$P(C) < P(D) \supset x > 1$	R-144
	149	$P(C) = P(D) \supset x = 1 \wedge P(C) < P(D) \supset x > 1$	R-146
5I4	150	$(x = 1) \vee (x > 1)$	R-147
	151	$x = 1$	
	152	$x = n_c(1 - (Pc/Pd))$.	R-123
	153	$1 = n_c(1 - (Pc/Pd))$.	R-164
	154	$1Pd = n_c(1 - (Pc/Pd))Pd$	
	155	$1Pd = n_cPd - n_c(Pc/Pd))Pd$	
	156	$n_c(Pc/Pd))Pd = n_cPc$	R-39
	157	$Pd = n_cPd - n_cPc$	
	158	$n_cPc = n_cPd - Pd$	
	159	$n_cPc = (n_c - 1)Pd$	
	160	$(n_c - 1) = n_d$	R-7
	161	$n_cPc = n_dPd$	
	162	$P(C) = P(D)$	Via R-3 et R-4
	163	$x = 1 \supset P(C) = P(D)$	I⊃-151, 162
	164	$x > 1$	
	165	$x = n_c(1 - (Pc/Pd))$	R-123
	166	$x > 1$	R-164
	167	$n_c(1 - (Pc/Pd)) > 1$	
	168	$n_c(1 - (Pc/Pd))Pd > Pd$	
	169	$n_cPd - n_c(Pc/Pd))Pd > Pd$	
	170	$n_c(Pc/Pd))Pd = n_cPc$	R-39
	171	$n_cPd - n_cPc > Pd$	
	172	$n_cPd - Pd > n_cPc$	
	173	$(n_c - 1)Pd > n_cPc$	Via R-7
	174	$n_dPd > n_cPc$	
	175	$P(D) > P(C)$	Via R-3 et R-4
	176	$x > 1 \supset P(D) > P(C)$	I⊃-164, 175
	177	$P(C) = P(D) \vee P(D) > P(C)$	150, 163, 177

La ligne 177 est obtenue au moyen de la règle suivante : $((p \vee \neg p) \wedge (p \supset q) \wedge (\neg p \supset \neg q)) \supset (q \vee \supset \neg q)$. Reste que, dans la présente déduction, faire démarrer Itay de la ligne 123 n'est guère plausible. En effet, cela suppose qu'il ait effectué tout le calcul qui précède 123. Or s'il avait raisonné ainsi, il aurait donc calculé deux fois la négation de la thèse de Shay : une fois de 99 à 108 et une seconde fois de 134 à 144. Le parcours de la déduction rigoureuse est donc plutôt le suivant : (1 à 9), (10), (11 à 46), (109 à 123), (123, 177).

En définitive, la séquence se présentera donc comme ceci :

Lignes de raisonnement		Shay	Itay		
			Rigoureux	Paresseux long	Paresseux court
1 à 8		8 prémisses	8 prémisses	8 prémisses	8 prémisses
9	[3I1]		**$P(B) > P(A)$**	**$P(B) > P(A)$**	**$P(B) > P(A)$**
10	[3I23]		**$(a = c) \wedge (b = d)$**		**$(a = c) \wedge (b = d)$**
11	[3I21]		**$P(D) > P(C)$**	**$P(D) > P(C)$**	
12					
13	[4S3a]	**$n_a = n_b = n$**			
14	[4S3b]	**$n_d = n_c - 1$**			

15 [4S3c]	**P(B) > P(A)**			
…				
28	**Pb > Pa**			
…				
40	**n_c Pc = n_c(Pc/Pd)Pd**			
…				
48 [4S2]	**P(C) = P(D)**			
49			**P(C) = P(D)**	**P(C) = P(D)**
…				
59 [5I1-2]				**P(D) = P(C) ⊃ n_c(Pd - Pc) = Pd**
…				
65 [5I3]			**(n_c(Pd - Pc) = Pd) v (n_c(Pd - Pc) > Pd)**	
…				
		Pb > Pa		
…				
		Pd > Pc		
…				
		n_c Pc = n_c(Pc/Pd)Pd		
…				
123		**x = n_c (1- (Pc/Pd))**		
124		**P(C) = P(D)**		
…				
134 [5I1-2]		**P(C) = P(D) ⊃ x = 1**		
135		**P(C) < P(D)**		
…				
145 [5I3]		**P(C) < P(D) ⊃ x > 1**		
…				
147 [5I4]		**(x = 1) v (x > 1)**		
…				
151		**x = 1**		
…				
163		**x = 1 ⊃ P(C) = P(D)**		
164		**x > 1**		
…				
176		**x > 1 ⊃ P(D) > P(C)**		
177 [5I4] ?		**P(C) = P(D) v P(D) > P(C)**		

4 Conclusion

On peut assigner deux objectifs à la Logique Interlocutoire. L'un est un objectif modeste : la Logique Interlocutoire s'assigne pour objectif de décrire l'organisation socio-cognitive d'une interlocution en composant un système de procédures formelles qui respecte le plus possible la "phénoménologie" de l'interlocution. De nombreux travaux publiés depuis 1995 illustre cette première approche (notamment Trognon, 1999). L'autre est un objectif beaucoup plus ambitieux. Il consiste, à l'aide du système ci-dessus, à élaborer des hypothèses sur les processus subjectifs opérant au niveau cognitif et qui conduisent logiquement aux produits conversationnels tels qu'ils sont exprimés formellement à l'issue de la phase descriptive de l'analyse. Pour l'heure, n'ont été conduites que quelques tentatives seulement de réalisation du second objectif, soit exposées dans des rencontres scientifiques soit proposées comme articles, la plupart d'ailleurs sont encore en soumission. Le présent travail fait un pas de plus dans l'ensemble précédent, puisqu'il se situe dans un cadre expérimental conçu pour avancer dans une question classique de Psychologie de l'Apprentissage des conduites arithmétiques.

Il est clair que relativement à la séquence examinée, la Logique Interlocutoire fournit plus qu'une simple description. On se dit même, dans nos moments d'enthousiasme qu'elle devrait pouvoir permettre d'élaborer des alternatives expérimentales permettant de trancher entre plusieurs hypothèses du fonctionnement cognitif des sujets en situation d'interaction. A condition, bien sûr, que la démarche proposée soit praticable.

Bibliographie

Beun, R. J. (2000), Moves in Dialogue, in M. Taylor, F. Néel & D. G. Bouwhuis (Eds), *The structure of Multimodal Dialogue II* (pp. 239-247), Philadelphia/Amsterdam : John Benjamins Publishing Compagny.

Carlson, L. (1985), *Dialogue Games*, Dordrecht : Reidel.

Roulet, E. et al. (1985), *L'articulation du discours en français contemporain*. Berne : Peter Lang.

Roulet, E., Filliettaz, L., Grobet, A. & Burger, M. (2001), *Un modèle et un instrument d'analyse de l'organisation du discours*, Berne : Peter Lang.

Schwartz, B., Perret-Clermont, A. N., Trognon, A. & Marro, P. (soumis), The Interlocutory Analysis as Methodology for Studying Learning in Argumentative Activities, *Instruction and Cognition*.

Schwarz B. B. & Linchevski (submitted). Cognitive Development and peer interaction: Can differences in levels of peers predict the gains of the individual: the case of Proportional Reasoning. *The Journal of Research in Mathematics Education.*

Trognon, A. & Batt, M. (2001). La Logique Interlocutoire : une théorie de l'organisation sociocognitive de l'interaction langagière. In B. Chaib-draa & P. Enjalbert (Eds.). *Actes des 1° journées francophones des Modèles Formels de l'Interaction* (Volume 1, pp. 113-123). Toulouse.

Trognon, A. (1999). Eléments d'analyse interlocutoire. In M. Gilly, J-P. Roux, & A. Trognon (Eds.), *Apprendre dans l'interaction* (pp. 69-94). Presses Universitaires de Nancy.

Trognon, A., Coulon, D. (2001). La modélisation des raisonnements générés dans les interlocutions. *Langages, 144*, 58-77. [J. Vivier, Ed., "Psycholinguistique et intelligence artificielle"].

Vanderveken, D. (1990), *Meaning and Speech Acts*, Cambridge : Cambridge University Press.